秘密 ★ 启用前 【考试时间：2021 年 1 月 15 日 15:00—17:00】

绵阳市高中 2018 级第二次诊断性考试

文科数学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设集合 $A=\{x\in\mathbf{N}|-1\leqslant x\leqslant 1\}$，$B=\{x|\log_2 x<1\}$，则 $A\cap B=$

A．$[-1，1)$　　　　B．$(0，1)$

C．$\{-1，1\}$　　　　D．$\{1\}$

2．已知直线 l_1：$ax+2y+1=0$，直线 l_2：$2x+ay+1=0$，若 $l_1\perp l_2$，则 $a=$

A．0　　　　B．2

C．±2　　　　D．4

3．已知平面向量 $\boldsymbol{a}=(1，\sqrt{3})$，$\boldsymbol{b}=(2，\lambda)$，其中 $\lambda>0$，若 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=2$，则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$

A．2　　　　B．$2\sqrt{3}$

C．$4\sqrt{3}$　　　　D．8

4．已知函数 $f(x)=x^3+\sin x+2$，若 $f(m)=3$，则 $f(-m)=$

A．2　　　　B．1

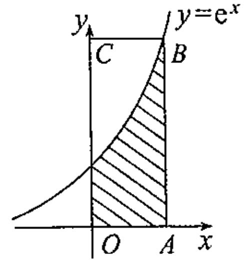
C．0　　　　D．-1

5．已知 $\cos\alpha+\sin(\alpha-\frac{\pi}{6})=0$，则 $\tan\alpha=$

A．$-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　　　B．$\frac{\sqrt{3}}{3}$

C．$-\sqrt{3}$　　　　D．$\sqrt{3}$

6．已知曲线 $y=e^x$（e 为自然对数的底数）与 x 轴、y 轴及直线 $x=a(a>0)$ 围成的封闭图形的面积为 e^a-1．现用随机模拟的方法向右图中矩形 $OABC$ 内随机投入 400 个点，其中恰有 255 个点落在图中阴影部分内，若 $OA=1$，则由此次模拟实验可以估计出 e 的值约为



A．2.718　　　　B．2.737

C．2.759　　　　D．2.785

7．已知命题 p：若数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 都是等差数列，则 $\{ra_n+sb_n\}$（r，$s\in\mathbf{R}$）也是等差数列；命题 q：$\forall x\in(2k\pi,2k\pi+\frac{\pi}{2})(k\in\mathbf{Z})$，都有 $\sin x<\cos x$．则下列命题是真命题的是

A．$\neg p\wedge q$　　　　B．$p\wedge q$

C．$p\vee q$　　　　D．$\neg p\vee q$

8．对全班 45 名同学的数学成绩进行统计，得到平均数为 80，方差为 25，现发现数据收集时有两个错误，其中一个 95 分记录成了 75 分，另一个 60 分记录成了 80 分．纠正数据后重新计算，得到平均数为 $\bar{x}$，方差为 s^2，则

A．$\bar{x}=80$，$s^2<25$　　　　B．$\bar{x}=80$，$s^2=25$

C．$\bar{x}=80$，$s^2>25$　　　　D．$\bar{x}<80$，$s^2>25$

9．已知圆 $x^2+y^2-4x-2y+1=0$ 上，有且仅有三个点到直线 $ax-3y+3=0(a\in\mathbf{R})$ 的距离为 1，则 $a=$

A．$\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B．$\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C．±1　　D．$\pm\sqrt{3}$

10．若函数 $f(x)=x^3-(\frac{a}{2}+3)x^2+2ax+3$ 在 $x=2$ 处取得极小值，则实数 a 的取值范围是

A．$(-\infty，-6)$　　　　B．$(-\infty，6)$

C．$(6，+\infty)$　　　　D．$(-6，+\infty)$

11．已知正实数 x，y 满足 $\ln\frac{x}{y}>\lg\frac{y}{x}$，则

A．$2^x>2^y$　　　　B．$\sin x>\sin y$

C．$\ln x<\ln y$　　　　D．$\tan x<\tan y$

12．已知点 F_1，F_2 是双曲线 $E:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{6}=1(a>0)$ 的左、右焦点，点 P 为 E 左支上一点，$\triangle PF_1F_2$ 的内切圆与 x 轴相切于点 M，且 $\overrightarrow{F_1M}=\frac{1}{3}\overrightarrow{MF_2}$，则 $a=$

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13．若复数 z 满足 $z(1+i)=1-i$，则 $z=$_______.

14．为加速推进科技城新区建设，需了解某科技公司的科研实力，现拟采用分层抽样的方式从 A，B，C 三个部门中抽取 16 名员工进行科研能力访谈．已知这三个部门共有 64 人，其中 B 部门 24 人，C 部门 32 人，则从 A 部门中抽取的访谈人数为_______.

15．已知椭圆 E：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$的左、右焦点分别为 F_1，F_2，若 E 上存在一点 P 使 $\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{F_1F_2}=0$，且 $|PF_1|=|F_1F_2|$，则 E 的离心率为_______.

16．关于 x 的方程 $\sin 2x+2\cos^2 x=m$ 在区间$[0,\pi)$上有两个实根 x_1，x_2，若 $x_2-x_1\geqslant\dfrac{\pi}{2}$，则实数 m 的取值范围是_______.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17．（12 分）

某食品厂 2020 年 2 月至 6 月的某款饮料生产产量（单位：万件）的数据如下表：

x（月份）	2	3	4	5	6
y(生产产量：万件）	3	5	6.5	8	10.5

（1）根据以上数据，求 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$；

（2）调查显示该年 7 月份的实际市场需求量为 13.5 万件，求该年 7 月份所得回归方程预测的生产产量与实际市场需求量的误差.

附：参考公式：$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$.

18．（12 分）

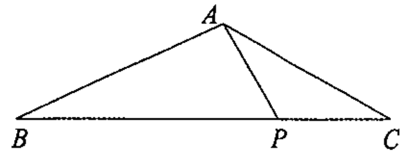
已知数列$\{a_n\}$是递增的等比数列，且 $a_1+a_5=17$，$a_2a_4=16$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）若数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $S_{2n}>\dfrac{160}{9}a_n$，求 n 的最小值.

19．（12 分）

如图，在$\triangle ABC$ 中，点 P 在边 BC 上，$\angle PAC=30°$，$AC=\sqrt{3}$，$AP=1$.



（1）求$\angle APC$；

（2）若 $\cos B=\dfrac{5\sqrt{7}}{14}$，求$\triangle APB$ 的面积.

20．（12 分）

已知抛物线 C：$y^2=2px(p>0)$的焦点为 F，点 $A(x_0,\ 2\sqrt{2})$为抛物线上一点，若点 $B(-2,\ 0)$满足$(\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB})\cdot\overrightarrow{AB}=0$.

（1）求抛物线 C 的方程；

（2）过点 B 的直线 l 交 C 于点 M，N，直线 MA，NA 分别交直线 $x=-2$ 于点 P，Q，求 $\dfrac{|PB|}{|BQ|}$ 的值.

21．（12 分）

函数 $f(x)=(2m+2)x-n\ln x-\dfrac{1}{2}mx^2(m\in\mathbf{R})$，曲线 $y=f(x)$在点$(2,\ f(2))$处的切线与 y 轴垂直.

（1）求 n；

（2）若 $f(x)\geqslant 0$，求 m 的取值范围.

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题做答。如果多做，则按所做的第一题记分。

22．[选修 4—4：坐标系与参数方程]（10 分）

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的方程为$(x-2)^2+y^2=6$．曲线 C_2 的参数方程为$\begin{cases}x=t^2+\dfrac{1}{t^2},\\ y=t^2-\dfrac{1}{t^2}\end{cases}$($t$ 为参数)．以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\theta=\alpha(-\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\dfrac{\pi}{2},\ \rho\in\mathbf{R})$.

（1）求曲线 C_1 与 C_2 的极坐标方程；

（2）已知直线 l 与曲线 C_1 交于 A，B 两点，与曲线 C_2 交于点 C，若$|AB|:|OC|=\sqrt{5}:\sqrt{2}$求 α 的值.

23．[选修 4—5：不等式选讲]（10 分）

已知函数 $f(x)=|x-3|+|x-2|$.

（1）求不等式 $f(x)<3$ 的解集；

（2）记函数 $f(x)$的最小值为 m，$a>0$，$b>0$，$c>0$，$a+b+c=mabc$，证明：$ab+bc+ac\geqslant 9$.