绵阳市高中2018级第二次诊断性考试

文科数学参考答案及评分意见

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分．

1—5 DADBA　6—10 CCCDB　11—12 AB

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分．

13．$-i$　　14．2　　15．$\sqrt{2}-1$　　16．[1，2)

三、解答题：本大题共6小题，共70分．

17．**解**：（1）由已知得，$\overline{x}=\frac{1}{5}\times(2+3+4+5+6)=4$，

$\overline{y}=\frac{1}{5}\times(3+5+6.5+8+10.5)=6.6$，…………………………2分

$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})=18$，$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2=10$，…………………………………………6分

∴ $\hat{b}=1.8$，$a=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}=6.6-1.8\times4=-0.6$，…………………………………7分

∴y关于x的线性回归方程$\hat{y}=1.8x-0.6$．…………………………………8分

（2）由（1）可得7月份回归方程预测的生产量为

$\hat{y}=1.8\times7-0.6=12$．……………………………………………………11分

∴该年 7 月份所得回归方程预测的生产量与实际市场需求量的误差为 1.5 万件．…………………………………………………………………………12分

18．**解**：（1）∵数列$\{a_n\}$是单调递增的等比数列，且$a_1+a_5=17$，$a_2a_4=16$，

∴$a_1a_5=a_2a_4=16$，

设$\{a_n\}$的公比为$q(q>1)$．………………………………………………2分

由$\begin{cases}a_1+a_5=17,\\a_1a_5=16,\end{cases}$设$a_1$，$a_5$为方程$x^2-17x+16=0$的两根，且$a_1<a_5$，

解得$\begin{cases}a_1=1,\\a_5=16.\end{cases}$……………………………………………………………4分

又$a_5=a_1q^4$，

∴$q=2$，

∴数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=2^{n-1}$．…………………………………6分

（2）$\because S_n=\dfrac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\dfrac{1-2^n}{1-2}=2^n-1$，

$\therefore S_{2n}=2^{2n}-1$， ………………………………………………………… 8 分

$\because S_{2n}>\dfrac{160}{9}a_n$，

$\therefore 9(2^{2n}-1)>80\times 2^n$， 即 $(9\times 2^n+1)(2^n-9)>0$，

$\therefore 2^n-9>0$， 又 $n\in N^*$，

$\therefore$ 正整数 n 的最小值为 4. ……………………………………………………12 分

19．**解：**（1）在$\triangle APC$ 中，由余弦定理得

$PC^2=AP^2+AC^2-2\cdot AP\cdot AC\cdot\cos\angle PAC$，

将 $\angle PAC=30^\circ$， $AC=\sqrt{3}$，$AP=1$ 代入上式

得 $PC^2=1+3-2\sqrt{3}\cos 30^\circ=1$，即 $PC=1$. ……………………………………3 分

又 $AP=1$，$\angle PAC=30°$，

$\therefore \angle APC=120°$. ………………………………………………………………6 分

（2）$\because \angle APC=120°$，$\therefore \angle APB=60°$.

$\because \cos B=\dfrac{5\sqrt{7}}{14}$， $\therefore \sin B=\dfrac{\sqrt{21}}{14}$. ………………………………………………8 分

在$\triangle APB$ 中，由正弦定理 $\dfrac{AB}{\sin\angle APB}=\dfrac{AP}{\sin B}$，

$\therefore AB=\sqrt{7}$. ……………………………………………………………………10 分

在$\triangle APB$ 中，由余弦定理 $AB^2=AP^2+PB^2-2AP\cdot PB\cdot\cos\angle APB$，

得 $7=1+PB^2-2PB\cos 60°$，即 $PB^2-PB-6=0$，

解得 $BP=3$.

$\therefore\triangle APB$ 的面积为 $\dfrac{1}{2}AP\times BP\times\sin\angle APB=\dfrac{1}{2}\times 1\times 3\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$. ………………12 分

20．**解：**（1）由 $(\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB})\cdot\overrightarrow{AB}=0$ 可知，$\triangle AFB$ 是以 AB 为底的等腰三角形.

由 A 在抛物线 C 上得 $x_0=\dfrac{4}{p}$，

由抛物线定义得 $|AF|=\dfrac{4}{P}+\dfrac{P}{2}$. ……………………………………………………4 分

又 $|BF|=\dfrac{p}{2}+2$， $|AF|=|BF|$，解得 $p=2$.

$\therefore$ 抛物线 C 的方程为 $y^2=4x$. ………………………………………………………6 分

（2）由（1）知 $A(2,2\sqrt{2})$，$F(1,0)$，

设直线 l 的方程为 $x=my-2$， $M(\frac{y^2}{4}，y_1)$， $N(\frac{y^2}{4}，y_2)$．

联立 $\begin{cases} y^2=4x, \\ x=my-2, \end{cases}$ 消 x 得 $y^2-4my+8=0$，

有根与系数的关系得 $y_1+y_2=4m$， $y_1y_2=8$． ……………………………………8 分

直线 MF 的方程为 $y-2\sqrt{2}=\frac{4}{y_1+2\sqrt{2}}(x-2)$，

∴ $y_P=\frac{-16}{y_1+2\sqrt{2}}+2\sqrt{2}=\frac{2\sqrt{2}(y_1-2\sqrt{2})}{y_1+2\sqrt{2}}$．

同理可得 $y_Q=\frac{2\sqrt{2}(y_2-2\sqrt{2})}{y_2+2\sqrt{2}}$． ……………………………………10 分

∴ $\frac{|PB|}{|BQ|}=|\frac{y_P}{y_Q}|=|\frac{(y_2+2\sqrt{2})(y_1-2\sqrt{2})}{(y_1+2\sqrt{2})(y_2-2\sqrt{2})}|=|\frac{y_1y_2+2\sqrt{2}(y_1-y_2)-8}{y_1y_2+2\sqrt{2}(y_2-y_1)-8}|$

$=|\frac{y_1-y_2}{y_2-y_1}|=1$． ……………………………………12 分

21．解：(1)∵ $f'(x)=(2m+2)-\frac{n}{x}-mx$，

∴由题意得 $f'(2)=(2m+2)-\frac{n}{2}-2m=0$，

解得 n=4． ……………………………………4 分

（2） $f'(x)=(2m+2)-\frac{4}{x}-mx=-\frac{(mx-2)(x-2)}{x}$， $x>0$．

①当 $0<m<1$ 时，函数 $f(x)$在 $(2,\frac{2}{m})$ 上单调递增，

在(0，2)， $(\frac{2}{m},+\infty)$ 上单调递减，

当 $x>4+\frac{4}{m}$ 时，函数 $f(x)$在 $(\frac{2}{m},+\infty)$ 上单调递减．

∴ $f(x)=x(2m+2-\frac{1}{2}mx)-4\ln x<f(4+\frac{4}{m})<0$，

∴$f(x)\geqslant 0$，在 $x>0$ 恒成立不成立，

即 $0<m<1$ 不合题意． ……………………………………8 分

②当 $m\geqslant 1$ 时，函数 $f(x)$在 $(\frac{2}{m},2)$ 上单调递增，

函数 $f(x)$在 $(0,\frac{2}{m})$，$(2,+\infty)$ 上单调递减，

当 $x>4+\frac{4}{m}>2$ 时，$f(x)$在 $(2,+\infty)$ 上单调递减，

∴ $f(x)=x(2m+2-\frac{1}{2}mx)-4\ln x<f(4+\frac{4}{m})<0$，

∴$f(x)\geqslant 0$ 在 $x>0$ 恒成立不成立，

即 $m\geqslant 1$ 不合题意. ……………………………………………………………10 分

③当 $m\leqslant 0$ 时，函数 $f(x)$在(0，2)上单调递减, 在 $(2,+\infty)$ 上单调递增，

∴要使得 $f(x)\geqslant 0$ 的充要条件是 $f(2)\geqslant 0$，

解得 $m\geqslant 2\ln 2-2$，∴$2\ln 2-2\leqslant m\leqslant 0$.

综上所述，实数 m 的范围是[$2\ln 2-2$，0]. ………………………………………12 分

22．**解**：（1）∵曲线 C_1 的直角坐标方程为$(x-2)^2+y^2=6$，

∴曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho^2-4\rho\cos\theta-2=0$. ……………………………………4 分

将曲线 C_2 的参数方程消参得 $x^2-y^2=4(x\geqslant 2)$，

∴曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2\cos 2\theta=4(\rho\cos\theta\geqslant 2)$. ………………………………5 分

（2）曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho^2-4\rho\cos\theta-2=0$，

将直线 l：$\theta=\alpha(-\frac{\pi}{2}<\alpha<\frac{\pi}{2})$，$\rho\in\mathbf{R}$ 代入上式得 $\rho^2-4\cos\alpha-2=0$，

∴ $\rho_1+\rho_2=4\cos\alpha$，$\rho_1\rho_2=-2<0$. ………………………………………………7 分

设 $|OA|=|\rho_1|$，$|OB|=|\rho_2|$.

∴ $|AB|=|\rho_1-\rho_2|=\sqrt{16\cos^2\alpha+8}$.

∵曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2\cos 2\theta=4(\rho\cos\theta\geqslant 2)$，

设点 $C(\rho,\alpha)$，∴ $|OC|=\sqrt{\frac{4}{\cos 2\alpha}}$.

∵ $\frac{|AB|}{|OC|}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$， ……………………………………………………………9 分

∴ $4\cos^2 2\alpha+8\cos 2\alpha-5=0$，解得 $\cos 2\alpha=\frac{1}{2}$.

∵ $-\frac{\pi}{2}<\alpha<\frac{\pi}{2}$，∴ $\alpha=\frac{\pi}{6}$或$\alpha=-\frac{\pi}{6}$. ………………………………………10 分

23．**解**：（1）当 $x\geqslant 3$ 时，$f(x)=x-3+x-2=2x-5$．

由 $f(x)<3$，得 $x<4$，综合得 $3\leqslant x<4$．

当 $2<x<3$ 时，$f(x)=3-x+x-2=1$．

由 $f(x)<3$，得 $1<3$ 恒成立，综合得 $2<x<3$．

当 $x\leqslant 2$ 时，$f(x)=3-x+2-x=5-2x$．

由 $f(x)<3$，得 $x>1$，综合得 $1<x\leqslant 2$．

综上，不等式 $f(x)<3$ 的解集为$(1，4)$． ··5 分

（2）证明：∵ $f(x)=|x-3|+|x-2|\geqslant|(x-3)-(x-2)|=1$，

(当且仅当 $2\leqslant x\leqslant 3$ 时，取“=”)

∴函数 $f(x)$的最小值为 1，即 $m=1$．

∴$ab+bc+ac=abc$．

∴$ab+bc+ac=\dfrac{ab+bc+ac}{abc}\times(a+b+c)=(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c})\cdot(a+b+c)$

$$=3+(\frac{b}{a}+\frac{a}{b})+(\frac{c}{b}+\frac{b}{c})+(\frac{c}{a}+\frac{a}{c})\geqslant 3+2+2+2=9.$$

(当且仅当 $a=b=c$ 时取“=”)

∴ $ab+bc+ca\geqslant 9$． ···10 分