

成都七中高 2023 届高三上期半期考试 数 学 (理)

本试卷分选择题和非选择题两部分. 第 I 卷(选择题)1 至 2 页, 第 II 卷 (非选择题)3 至 4 页, 共 4 页, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟.

注意事项:

1. 答题前, 务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上.
2. 答选择题时, 必须使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦擦干净后, 再选涂其它答案标号.
3. 答非选择题时, 必须使用 0.5 毫米黑色签字笔, 将答案书写在答题卡规定位置上.
4. 所有题目必须在答题卡上作答, 在试题卷上答题无效.
5. 考试结束后, 只将答题卡交回.

第 I 卷 (选择题, 共 60 分)

一. 选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x \mid |x| \leq 2\}$, $B = \{x \mid x^2 - 2x - 3 \leq 0\}$, 则 $A \cap B =$

- (A) $[-2, 3]$ (B) $[-2, 1]$ (C) $[-1, 2]$ (D) $[-3, 1]$

2. 若复数 z 满足 $z(1+i) = 2$ (i 为虚数单位), 则在复平面内复数 z 对应的点位于

- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

3. 已知命题 p : 若 $a > b$, 则 $-a < -b$; 命题 q : 若 $x > y$, 则 $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$. 在命题

① $p \wedge q$; ② $p \vee q$; ③ $p \wedge (\neg q)$; ④ $(\neg p) \wedge q$ 中, 其中真命题为

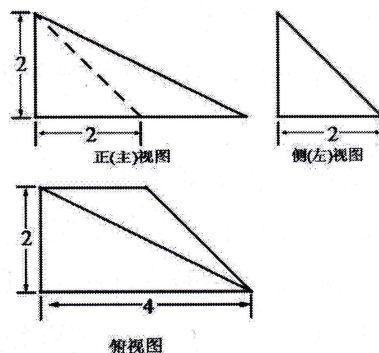
- (A) ①③ (B) ①④ (C) ②③ (D) ②④

4. $(x-1)^6$ 的展开式的第 5 项的系数为

- (A) 15 (B) -6 (C) -15 (D) 6

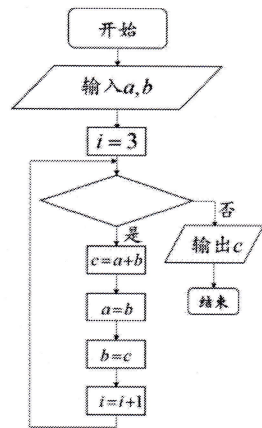
5. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积为

- (A) 20 (B) $10 + 2(\sqrt{3} + 2\sqrt{2})$ (C) 18 (D) $12 + 2(\sqrt{6} + \sqrt{2})$



6. 执行如图所示的框图，如果输入的 $a=2, b=3$ ，输出的 c 的值为 21，则判断框中应填入的条件为

- (A) $i \leq 4?$ (B) $i \leq 5?$ (C) $i \leq 6?$ (D) $i \leq 7?$



7. 等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 + 2a_4 + a_7 = 120$ ，则 $S_7 - 6a_4 =$

- (A) 60 (B) 30 (C) 10 (D) 0

8. 设函数 $f(x) = \lg \frac{x}{1-x}$ ，若 $f(a) + f(b) = 0$ ，则 $\frac{3b+a}{ab}$ 的最小值为

- (A) $4 + 2\sqrt{3}$ (B) $4 + 2\sqrt{2}$ (C) $2 + 4\sqrt{2}$ (D) $2 + 4\sqrt{3}$

9. 已知向量 \vec{e}_1, \vec{e}_2 为平面向量的一组基底，且 $\vec{AB} = \vec{e}_1 + m\vec{e}_2$ ， $\vec{AD} = n\vec{e}_1 + \vec{e}_2$ ，若 A, B, D 三点共线，则实数 m, n 应该满足的条件为

- (A) $m + n = 1$ (B) $m + n = -1$ (C) $mn = -1$ (D) $mn = 1$

10. 椭圆 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ，焦距为 $2c$ ，若直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}(x+c)$

与椭圆 Γ 的一个交点为 M (在 x 轴上方)，满足 $\angle F_1MF_2 = \frac{3}{2}\angle MF_2F_1$ ， $\triangle MF_1F_2$ 的面积为 $2\sqrt{3}$ ，则椭圆长轴长为

- (A) $2(\sqrt{3}+1)$ (B) $2(\sqrt{5}+1)$ (C) $2(\sqrt{5}-1)$ (D) $2(\sqrt{2}+1)$

11. 设函数 $f(x) = kx - \frac{\ln x}{x}$ ，若存在唯一的整数 x_0 ，使得 $f(x_0) < 0$ ，则实数 k 的取值范围为

- (A) $(\frac{\ln 2}{4}, \frac{1}{2e})$ (B) $(\frac{\ln 3}{9}, \frac{1}{2e})$ (C) $(\frac{\ln 3}{9}, \frac{\ln 2}{4})$ (D) $[\frac{\ln 3}{9}, \frac{\ln 2}{4})$

12. 已知函数 $f(x)$ 及其导函数 $f'(x)$ 的定义域均为 \mathbb{R} ，记 $g(x) = f'(x)$ ，若 $f(1-x), g(x+2)$ 均为偶函数，则下列说法正确个数为

- ① $g(1) = 0$; ② $x = 2$ 为函数 $f(x)$ 的一个极值点;
 ③ 若 $g(x)$ 在 $[1, 2]$ 上单调递增，则 $g(x)$ 在区间 $[0, 2022]$ 上有且只有 1011 个零点;
 ④ 若 $g(x)$ 在 $[1, 2]$ 上单调递增，等差数列 $\{a_n\}$ 首项 $a_1 = -\frac{1}{2}$ ，公差 $d = 1$ ，若 $g(\frac{3}{2}) = 1$ ，则 $\sum_{i=1}^{2022} g(a_i) = -2$.
- (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

第II卷（非选择题，共90分）

二. 填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分. 把答案填在答题卡上.

13. 一次抛掷两枚质地均匀的骰子，则这两枚骰子向上点数之和为7的概率为_____.

14. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 的实轴端点分别为 A_1, A_2 ，点 P 是双曲线上异于 A_1, A_2 另一点，则 PA_1 与 PA_2 的斜率之积为_____.

15. 若函数 $f(x) = xe^x + ax$ 有两个极值点，则 a 的取值范围为_____.

16. 三棱锥 $D-ABC$ 中，面 $ACD \perp$ 面 ACB ， $AC = 3$ ， $AB = 4$ ， $BC = 5$ ， $AD = 10$ ， $\angle ACD = 45^\circ$ ， P 为射线 CD 上一动点，求直线 BP 与面 ABC 所成角的正弦的最大值为_____.

三、解答题（17~21 每小题 12 分，22 或 23 题 10 分，共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17. 已知 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ， $A = \frac{\pi}{4}$ ，且 $b \cos C - c \cos B = \sqrt{2}a$.

(I) 求 $\sin(B-C)$ 的值；

(II) 若 $a = \sqrt{2}$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. “抖音”是人们的休闲娱乐和交流的一种新的工具，在“抖音”上人们不仅可以获取知识，还可以进行商品交易. 已知某种商品在“抖音”平台2017年至2021年的年销售收入数据 y (单位：万元) 随时间 t 之间的数据统计如下表.

(I) 请计算样本相关系数 r ，并判断 y 与 t 的相关程度 (若 $|r| > 0.75$ ，则线性相关程度强)；

(II) 求 y 关于 t 的线性回归方程，利用该回归方程预测该种商品2025年的年销售收入.

年份	2017	2018	2019	2020	2021
年份代号 t	1	2	3	4	5
使用电量 y	20	32	36	44	48

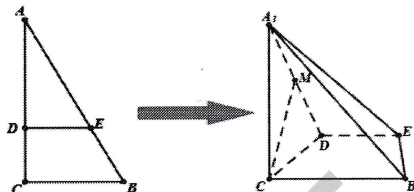
$$\text{参考公式: } r = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{t}.$$

参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.73$.

19. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 3$, $AC = 6$, D, E 分别是 AC, AB 上的点且 $ED \parallel BC$, $DE = 2$, 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起到 $\triangle A_1DE$ 的位置, 使 $A_1C \perp CD$.

(I) 求证: $A_1C \perp BD$;

(II) 是否在射线 DA_1 上存在点 M , 使平面 BEM 与平面 BEA_1 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{15}}{4}$? 若存在, 求出 DM 的长度; 若不存在, 请说明理由.



20. 已知抛物线 C 的顶点为原点, 右焦点 F 到直线 $l: x - y + 2 = 0$ 的距离为 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

(I) 求抛物线 C 的方程;

(II) 过焦点 F 斜率为 $k (k > 0)$ 的直线 l_1 与抛物线相交于两点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, $(y_1 > y_2)$, 过定点 $P(4, 0)$ 斜率为 $\frac{1}{2}k$ 的直线 l_2 与抛物线相交于两点 $M(x_3, y_3), N(x_4, y_4)$, $(y_3 > y_4)$.

求证: 直线 AN 与直线 BM 过同一个定点.

21. 已知函数 $f(x) = a(e^x - 1)^2 - x^2 e^x$.

(I) 求函数 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处的切线方程;

(II) 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) \geq 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围;

(III) 设 $n \in N^*$, 证明: $\sum_{k=1}^n \frac{2}{\sqrt{k^2 + 2k}} + \ln 2 > \ln(n^2 + 3n + 2)$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 按所做的第一题计分.

22. 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 圆 $C_1: (x-3)^2 + (y-2)^2 = 5$, 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

(I) 求 C_1 的极坐标方程;

(II) 若直线 C_2 的极坐标方程为 $\theta = \frac{\pi}{4} (\rho \in R)$, 设 C_2, C_1 的交点为 A, B , 求 $\triangle C_1AB$ 的面积.

23. 选修 4-5: 不等式选讲

已知: $f(x) = |x+1| - |x-m|, m > 0$.

(I) 若 $m = 2$, 求不等式 $f(x) > 2$ 的解集;

(II) $g(x) = f(x) - |x-m|$, 若 $g(x)$ 的图象与 x 轴围成的三角形面积不大于 54, 求 m 的取值范围.