

成都七中高 2023 届高三上期半期考试
数 学 (文)

本试卷分选择题和非选择题两部分. 第 I 卷(选择题)1 至 2 页, 第 II 卷 (非选择题)3 至 4 页, 共 4 页, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟.

注意事项:

1. 答题前, 务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上.
2. 答选择题时, 必须使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦擦干净后, 再选涂其它答案标号.
3. 答非选择题时, 必须使用 0.5 毫米黑色签字笔, 将答案书写在答题卡规定位置上.
4. 所有题目必须在答题卡上作答, 在试题卷上答题无效.
5. 考试结束后, 只将答题卡交回.

第 I 卷 (选择题, 共 60 分)

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x | |x| \leq 2\}$, $B = \{x | x^2 - 2x - 3 \leq 0\}$, 则 $A \cap B =$

- (A) $[-2, 3]$ (B) $[-2, 1]$ (C) $[-1, 2]$ (D) $[-3, 1]$

2. 若复数 z 满足 $z(1+i) = 2$ (i 为虚数单位), 则在复平面内复数 z 对应的点位于

- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

3. 已知命题 p : 若 $a > b$, 则 $-a < -b$; 命题 q : 若 $x > y$, 则 $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$. 在命题

① $p \wedge q$; ② $p \vee q$; ③ $p \wedge (\neg q)$; ④ $(\neg p) \wedge q$ 中, 其中真命题为

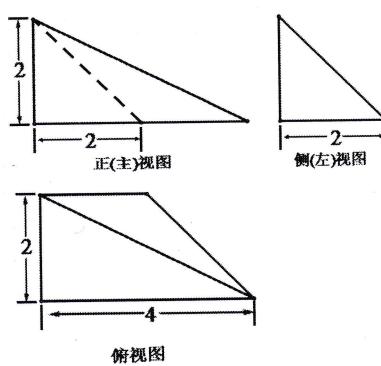
- (A) ①③ (B) ①④ (C) ②③ (D) ②④

4. $\sin 50^\circ \cos 10^\circ + \cos 50^\circ \sin 170^\circ =$

- (A) $-\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{1}{2}$

5. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积为

- (A) 20 (B) $10 + 2(\sqrt{3} + 2\sqrt{2})$ (C) 18 (D) $12 + 2(\sqrt{6} + \sqrt{2})$



6. 执行如图所示的框图, 如果输入的 $a = 2, b = 3$, 输出的 c 的值为 21, 则判断框中应填入的条件为

- (A) $i \leq 4?$ (B) $i \leq 5?$ (C) $i \leq 6?$ (D) $i \leq 7?$

7. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 + 2a_4 + a_7 = 120$, 则 $S_7 - 6a_4 =$

- (A) 60 (B) 30 (C) 10 (D) 0

8. 设函数 $f(x) = \lg \frac{x}{1-x}$, 若 $f(a) + f(b) = 0$, 则 $\frac{3b+a}{ab}$ 的最小值为

- (A) $4+2\sqrt{3}$ (B) $4+2\sqrt{2}$ (C) $2+4\sqrt{2}$ (D) $2+4\sqrt{3}$

9. 已知向量 \vec{e}_1, \vec{e}_2 为平面向量的一组基底, 且 $\overrightarrow{AB} = \vec{e}_1 + m\vec{e}_2, \overrightarrow{AD} = n\vec{e}_1 + \vec{e}_2$, 若 A, B, D 三点共线, 则实数 m, n 应该满足的条件为

- (A) $m+n=1$ (B) $m+n=-1$ (C) $mn=-1$ (D) $mn=1$

10. 椭圆 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 焦距为 $2c$, 若直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}(x+c)$

与椭圆 Γ 的一个交点为 M (在 x 轴上方), 满足 $\angle F_1MF_2 = \frac{3}{2}\angle MF_2F_1$, 则该椭圆的离心率为

- (A) $\sqrt{3}-1$ (B) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (C) $\sqrt{5}-1$ (D) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

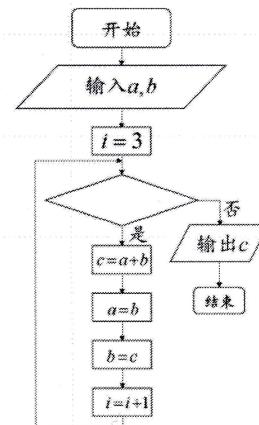
11. 设函数 $f(x) = kx - \frac{\ln x}{x}$, 若存在唯一的整数 x_0 , 使得 $f(x_0) < 0$, 则实数 k 的取值范围为

- (A) $(\frac{\ln 2}{4}, \frac{1}{2e})$ (B) $(\frac{\ln 3}{9}, \frac{1}{2e})$ (C) $(\frac{\ln 3}{9}, \frac{\ln 2}{4})$ (D) $\left[\frac{\ln 3}{9}, \frac{\ln 2}{4}\right)$

12. 已知函数 $y = f(x)$ 是定义在 R 上且以 3 为周期的奇函数, 当 $x \in (0, \frac{3}{2})$ 时, $f(x) = \ln(x^2 - 2x + 2)$,

则函数 $f(x)$ 在 $[-3, 3]$ 上的零点个数为()

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9



第 II 卷 (非选择题, 共 90 分)

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。把答案填在答题卡上。

13. 一次抛掷两枚质地均匀的骰子，则这两枚骰子向上点数之和为 7 的概率为 _____。

14. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 的实轴端点分别为 A_1, A_2 ，点 P 是双曲线上异于 A_1, A_2 另一点，则 PA_1 与 PA_2 的斜率之积为 _____。

15. 若函数 $f(x) = xe^x + ax$ 有两个极值点，则 a 的取值范围为 _____。

16. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1， P 为 BC 的中点，过点 A, P, C_1 的平面截该正方体所得的截面为 S ，则截面 S 的面积为 _____。

三、解答题 (17~21 每小题 12 分, 22 或 23 题 10 分, 共 70 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. 已知 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $A = \frac{\pi}{4}$, 且 $b \cos C - c \cos B = \sqrt{2}a$.

(I) 求 $\sin(B - C)$ 的值;

(II) 若 $a = \sqrt{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积。

18.“抖音”是人们的休闲娱乐和交流的一种新的工具，在“抖音”上人们不仅可以获取知识，还可以进行商品交易。已知某种商品在“抖音”平台 2017 年至 2021 年的年销售收入数据 y （单位：万元）随时间 t 之间的数据统计如下表。

(I) 请计算样本相关系数 r , 并判断 y 与 t 的相关程度(若 $|r| > 0.75$, 则线性相关程度强);

(II) 求 y 关于 t 的线性回归方程, 利用该回归方程预测该种商品 2025 年的年销售收入。

年份	2017	2018	2019	2020	2021
年份代号 t	1	2	3	4	5
使用电量 y	20	32	36	44	48

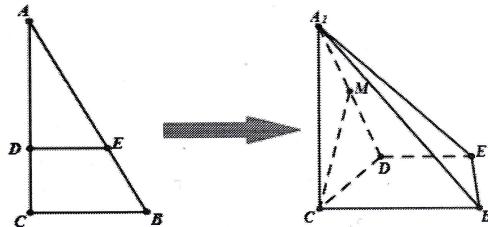
$$\text{参考公式: } r = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{t}.$$

参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.73$.

19. 在 $Rt\triangle ACB$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 3$, $AC = 6$, D, E 分别是 AC, AB 上的点, 且 $ED \parallel BC$, $DE = 2$, 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起到 $\triangle A_1DE$ 的位置, 使 $A_1C \perp CD$.

(I) 求证: $A_1C \perp BD$;

(II) 若 M 为线段 A_1D 中点, 记三棱锥 $A_1 - BMC$ 与四棱锥 $M - BCDE$ 体积分别为 V_1, V_2 , $\triangle A_1EB$ 的面积为 S , 求 $\frac{V_1}{V_2} + S$ 的值.



20. 已知抛物线 C 的顶点为原点, 右焦点 F 到直线 $l: x - y + 2 = 0$ 的距离为 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

(I) 求抛物线 C 的方程;

(II) 过焦点 F 斜率为 k_1 的直线 l_1 与抛物线相交于两点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, ($y_1 > y_2$), 点 $P(x_0, 0)$, ($x_0 > 1$), 直线 AP, BP 与抛物线分别交于另外两点 M, N , 记直线 MN 的斜率为 k_2 .

求证: $\frac{k_1}{k_2} - x_0$ 为定值.

21. 已知函数 $f(x) = xe^x - ax - a \ln x$.

(I) 若 $a = 1$, 求函数 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处的切线方程;

(II) 若 $f(x) \geq 0$ 恒成立, 求正实数 a 的取值范围;

(III) 证明: $e^{\sum_{k=1}^n \frac{2}{2k-1}} > 2n+1$ ($n \geq 1, n \in \mathbb{N}^*$).

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 按所做的第一题计分.

22. 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 圆 $C_1: (x-3)^2 + (y-2)^2 = 5$, 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

(I) 求 C_1 的极坐标方程;

(II) 若直线 C_2 的极坐标方程为 $\theta = \frac{\pi}{4}$ ($\rho \in \mathbb{R}$), 设 C_2, C_1 的交点为 A, B , 求 $\triangle C_1AB$ 的面积.

23. 选修 4-5: 不等式选讲

已知: $f(x) = |x+1| - |x-m|$, $m > 0$.

(I) 若 $m = 2$, 求不等式 $f(x) > 2$ 的解集;

(II) $g(x) = f(x) - |x-m|$, 若 $g(x)$ 的图象与 x 轴围成的三角形面积不大于 54, 求 m 的取值范围.