

## 2023 届高三第三次联考

## 文科数学

## 注意事项：

1. 答题前，考生务必在答题卡上将自己的姓名、座位号和考籍号用 0.5 毫米黑色签字笔填写清楚，考生考试条形码由监考老师粘贴在答题卡上的“贴条形码区”。

2. 选择题使用 2B 铅笔填涂在答题卡上对应题目标号的位置上，如需改动，用橡皮擦干净后再填涂其它答案；非选择题用 0.5 毫米黑色签字笔在答题卡的对应区域内作答，超出答题区域答题的答案无效；在草稿纸上、试卷上答题无效。

3. 考试结束后由监考老师将答题卡收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合  $A = \{x | \frac{x+1}{x-1} \leq 0\}$ ， $B = \{x | \lg x \leq 0\}$ ，则  $A \cap B =$

A.  $[-1, 1)$

B.  $(0, 1]$

C.  $[0, 1)$

D.  $(0, 1)$

2.  $\sin 2023^\circ \cos 17^\circ + \cos 2023^\circ \sin 17^\circ =$

A.  $\frac{1}{2}$

B.  $-\frac{1}{2}$

C.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. 校园环境对学生的成长是重要的，好的校园环境离不开学校的后勤部门。学校为了评估后勤部门的工作，采用随机抽样的方法调查 100 名学生对校园环境的认可程度（100 分制），评价标准如下：

| 中位数 $m$ | $m \geq 85$ | $80 \leq m < 85$ | $70 \leq m < 80$ | $m < 70$ |
|---------|-------------|------------------|------------------|----------|
| 评价      | 优秀          | 良好               | 合格               | 不合格      |

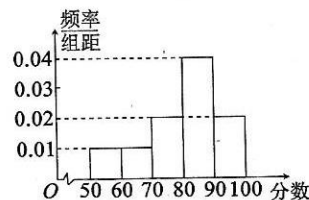
2023 年的一次调查所得的分数频率分布直方图如图所示，则这次调查后勤部门的评价是

A. 优秀

B. 良好

C. 合格

D. 不合格



4. 双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的离心率为  $\sqrt{3}$ ，其渐近线方程为

A.  $y = \pm 2x$

B.  $y = \pm \sqrt{2}x$

C.  $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$

D.  $y = \pm \frac{1}{2}x$

5. 在平面直角坐标系中， $O$  为坐标原点，已知  $A(-3, -4)$ ， $B(5, -12)$ ，则  $\cos \angle AOB =$

A.  $\frac{33}{65}$

B.  $-\frac{33}{65}$

C.  $\frac{\sqrt{2}}{10}$

D.  $-\frac{\sqrt{2}}{10}$

6. 一个四棱台的三视图如图所示，其中正视图和侧视图均为上底长为4，下底长为2，腰长为 $\sqrt{2}$ 的等腰梯形，则该四棱台的体积为

A.  $\frac{28}{3}$

B.  $\frac{28\sqrt{2}}{3}$

C. 28

D.  $28\sqrt{2}$

7. 已知函数  $f(x)$  是定义在  $[-2, 2]$  上的奇函数，且当  $x \in (0, 2]$  时，

$f(x) = x^2 - 2x + 2$ ，则  $f(x)$  的最小值是

A. -2

B. -1

C. 1

D. 2

8. 分形几何学是一门以不规则几何形态为研究对象的几何学. 作为当今世界十分风靡和活跃的新理论、新学科，它的出现使人们重新审视这个世界：世界是非线性的，分形无处不在. 分形几何学不仅让人们感悟到科学与艺术的融合，数学与艺术审美的统一，而且还具有深刻的科学方法论意义，由此可见分形的重要性. 美国物理学大师 John Wheeler 曾说过：今后谁不熟悉分形，谁就不能被称为科学上的文化人. Koch 雪花曲线是一种典型的分形曲线，它的制作步骤如下：

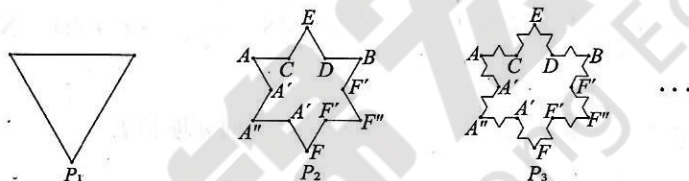
第一步：任意画一个正三角形，记为  $P_1$ ，并把  $P_1$  的每一条边三等分；

第二步：以三等分后的每一条边中间一段为边向外作正三角形，并把这“中间一段”擦掉，记所得图形为  $P_2$ ；

第三步：把  $P_2$  的每一条边三等分，重复第二步的制作，记所得图形为  $P_3$ ；

同样的制作步骤重复下去，可以得到  $P_4, P_5, \dots$ ，直到无穷，所画出的曲线叫做 Koch 雪花曲线.

若下图中  $P_1$  的边长为 1，则图形  $P_4$  的周长为



A. 6

B.  $\frac{16}{9}$

C.  $\frac{16}{3}$

D.  $\frac{64}{9}$

9. 将 2 个 1 和 2 个 0 随机排成一行，则 2 个 0 不相邻且 2 个 1 也不相邻的概率是

A.  $\frac{1}{6}$

B.  $\frac{1}{2}$

C.  $\frac{1}{3}$

D.  $\frac{2}{3}$

10. 已知直线  $x = x_1$ ， $x = x_2$  是函数  $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{6})$  ( $\omega > 0$ ) 图象的任意两条对称轴，且

$|x_1 - x_2|$  的最小值为  $\frac{\pi}{2}$ ，则  $f(x)$  的单调递增区间是

A.  $[k\pi + \frac{\pi}{6}, k\pi + \frac{2\pi}{3}]$ ,  $k \in \mathbb{Z}$

B.  $[k\pi - \frac{\pi}{3}, k\pi + \frac{\pi}{6}]$ ,  $k \in \mathbb{Z}$

C.  $[2k\pi + \frac{\pi}{3}, 2k\pi + \frac{4\pi}{3}]$ ,  $k \in \mathbb{Z}$

D.  $[2k\pi - \frac{\pi}{12}, 2k\pi + \frac{5\pi}{12}]$ ,  $k \in \mathbb{Z}$

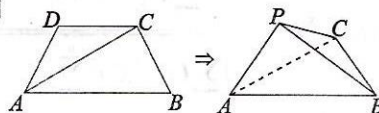
11. 如图，在梯形  $ABCD$  中， $AB \parallel CD$ ， $AB = 4$ ， $BC = CD = DA = 2$ ，将  $\triangle ACD$  沿对角线  $AC$  折起，使得点  $D$  翻折到点  $P$ ，若面  $PAC \perp$  面  $ABC$ ，则三棱锥  $P-ABC$  的外接球表面积为

A.  $16\pi$

B.  $20\pi$

C.  $24\pi$

D.  $32\pi$

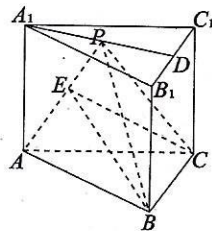




19. (12分)

如图, 正三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  的体积为  $6\sqrt{3}$ ,  $AB=2\sqrt{3}$ ,  $P$  是  $\triangle A_1B_1C_1$  的中线  $A_1D$  上的点.

- (1) 求证:  $AP \perp BC$ ;
- (2) 经过  $BC$  且与  $AP$  垂直的平面交  $AP$  于点  $E$ , 当三棱锥  $E-ABC$  的体积最大时, 求  $PD$  的长.



20. (12分)

已知函数  $f(x) = 3x^4 - 4mx^3 + 6mx^2 - 12m^2x + 1$  ( $x \geq 0$ ), 其中  $m > 0$ .

- (1) 当  $m=1$  时, 求  $f(x)$  的单调区间;
- (2) 若对任意  $x \in [0, \sqrt{m}]$ , 都有  $f(x) \leq 1$ , 求实数  $m$  的取值范围.

21. (12分)

已知椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的离心率为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ , 且过点  $(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$ .

- (1) 求椭圆  $E$  的方程;
- (2) 设直线  $l: x=1$  与  $x$  轴交于点  $M$ , 过  $M$  作直线  $l_1, l_2$ ,  $l_1$  交  $E$  于  $A, B$  两点,  $l_2$  交  $E$  于  $C, D$  两点. 已知直线  $AC$  交  $l$  于点  $G$ , 直线  $BD$  交  $l$  于点  $H$ . 试探究  $\frac{|MG|}{|MH|}$  是否为定值, 若为定值, 求出定值; 若不为定值, 说明理由.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = t + \frac{1}{t}, \\ y = t - \frac{1}{t} \end{cases}$  ( $t$  为参数). 以坐标原点  $O$  为极点,  $x$  轴的非负半轴为极轴建立极坐标系, 曲线  $C_2$  的极坐标方程为  $\rho = 2\sin\theta$ .

- (1) 求曲线  $C_1$  及曲线  $C_2$  的直角坐标方程;
- (2) 设点  $A$  在曲线  $C_1$  上, 点  $B$  在曲线  $C_2$  上, 求  $|AB|$  的最小值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $c > 1$ , 且  $a^2 + 4b^2 + c^2 - 2c = 2$ , 证明:

- (1)  $a + 2b + c \leq 4$ ;
- (2) 若  $a = 2b$ , 则  $\frac{1}{b} + \frac{1}{c-1} \geq 3$ .