成都七中高 2023 届三诊模拟考试数学（文科）

一.选择题（本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的，请将选项填涂在答题卡上）

1．已知集合 $A=\{x||x-3|<2\}$，$B=\left\{x\left|\frac{x+1}{x-2}\le 0\right.\right\}$，则 $A\cup B=$（　）

A．$(1,2]$　　B．$(1,2)$　　C．$[-1,5]$　　D．$[-1,5)$

2．已知复数 z 满足 $(2+3\mathrm{i})z=1+\mathrm{i}$（i 为虚数单位），则在复平面内复数 z 对应的点位于（　　）

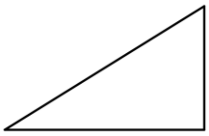
A．第四象限　　B．第三象限　　C．第二象限　　D．第一象限

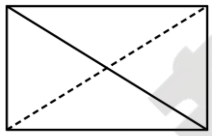
3．命题“有一个偶数是素数”的否定是（　）

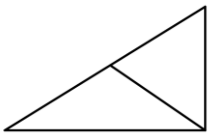
A．任意一个奇数是素数　　B．任意一个偶数都不是素数

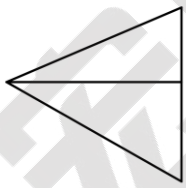
C．存在一个奇数不是素数　　D．存在一个偶数不是素数

4．三棱锥 $P-ABC$ 的底面 ABC 为直角三角形，ΔABC 的外接圆为圆 O，$PQ\perp$ 底面 ABC，Q 在圆 O 上或内部，现将三棱锥的底面 ABC 放置在水平面上，则三棱锥 $P-ABC$ 的俯视图不可能是（　）

A．


B．


C．


D．


5．已知函数 $f(x)=\begin{cases} f(x+1), x\le 0 \\ x^2-3x-4, x>0 \end{cases}$，则 $f\left(f(-4)\right)=$（　）

A．-6　　B．0　　C．4　　D．6

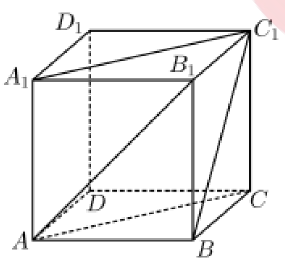
6．已知实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x+y-2\ge 0 \\ x-2y-2\le 0 \\ y\le 1 \end{cases}$，则 $\frac{x+y}{x}$ 的最大值是（　）

A．2　　B．$\frac{8}{3}$　　C．3　　D．4

7．中国古代许多著名数学家对推导高阶等差数列的求和公式很感兴趣，创造并发展了名为“垛积术”的算法，展现了聪明才智.南宋数学家杨辉在《详解九章算法》和《算法通变本末》中，所讨论的二阶等差数列与一般等差数列不同，前后两项之差并不相等，但是后项减前项之差组成的新数列是等差数列.现有一个“堆垛”，共 50 层，第一层 2 个小球，第二层 5 个小球，第三层 10 个小球，第四层 17 个小球，…，按此规律，则第 50 层小球的个数为（　）

A．2400　　B．2401　　C．2500　　D．2501

8.如图，长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=BC=2$，若直线 AB_1 与平面 ACC_1A_1 所成的角为 30°，则直线 BC_1 与直线 AC 所成的角为（　）



A．30°　　B．45°　　C．60°　　D．90°

9．使“$a<b$”成立的一个充分不必要条件是（　　）

A．$\forall x\in(0,1]$，$a\leqslant b+x$　　　　B．$\forall x\in(0,1]$，$a+x<b$

C．$\exists x\in[0,1]$，$a<b+x$　　　　D．$\exists x\in[0,1]$，$a+x\leqslant b$

10．瑞士数学家欧拉发现了复指数函数和三角函数的关系，并写出以下公式 $e^{ix}=\cos x+i\sin x$（$x\in\mathbf{R}$，i 为虚数单位），这个公式在复变论中占有非常重要的地位，被誉为“数学中的天桥”．根据此公式，下面四个结果中不成立的是（　　）

A．$e^{i\pi}+1=0$　　　　B．$\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^{2022}=1$

C．$\left|e^{ix}+e^{-ix}\right|\leq 2$　　　　D．$-2\leq e^{ix}-e^{-ix}\leq 2$

11．已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左焦点为 F_1，直线 $y=kx(k>0)$ 与双曲线 C 交于 P,Q 两点，且 $\angle PF_1Q=\frac{2\pi}{3}$，$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{F_1Q}=4$，则当 $\frac{1}{2}a^2+\frac{b^2}{a^2}$ 取得最小值时，双曲线 C 的离心率为（　　）

A．3　　B．$\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．2

12．已知 $a\in R$，$b\neq 0$，若 $x=b$ 是函数 $f(x)=(x-b)(x^2+ax+b)$ 的极小值点，则实数 b 的取值范围为（　　）

A．$b<1$ 且 $b\neq 0$　　B．$b>1$　　C．$b<2$ 且 $b\neq 0$　　D．$b>2$

二．填空题（本题共 **4** 个小题，每小题 **5** 分，共 **20** 分，请将答案填在答题卡指定横线上）

13．已知 $\vec{a}=(4,2)$，$\vec{b}=(-1,1)$，则 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 方向上的投影为__________.

14．2023 年五一节到来之前，某市物价部门对本市 5 家商场的某种商品一天的销售量及其价格进行调查，5 家商场这种商品的售价 x（单位：元）与销售量 y（单位：件）之间的一组数据如下表所示：

价格 x	8	9.5	m	10.5	12
销售量 y	16	10	8	6	5

经分析知，销售量 y 件与价格 x 元之间有较强的线性关系，其线性回归直线方程为 $\hat{y}=-3.5x+44$，则 $m=$__________.

15．已知在数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，$a_1+\frac{a_2}{2}+\frac{a_3}{3}+\cdots+\frac{a_n}{n}=a_{n+1}-1$，则 $a_{20}=$______.

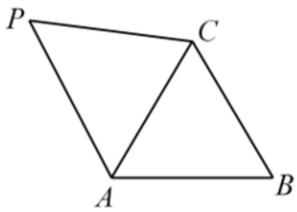
16．抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为 F，直线 l 的方程为：$x=ty+7$，l 交抛物线于 M，N 两点，且 $\overrightarrow{MF}\cdot\overrightarrow{NF}=0$，抛物线在 M，N 处的切线交于点 P，则 ΔPMN 的面积为______.

三**．**解答题（本大题共 **7** 小题，**17-21** 题各 **12** 分，**22** 或 **23** 题 **10** 分**.** 解答过程应写出文字说明、证明过程或演算步骤，请作答在答题卡上）

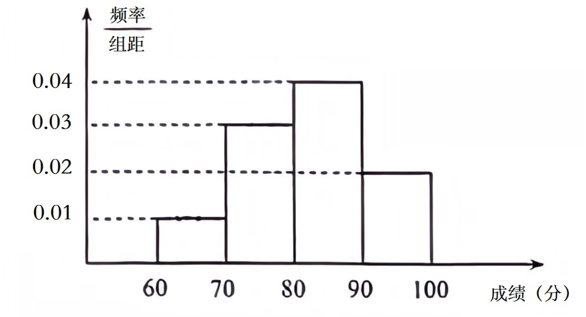
17．如图，ΔABC 是边长为 2 的正三角形，P 在平面上且满足 $CP=CA$，记 $\angle CAP=\theta$.

(1)若 $\theta=\frac{\pi}{3}$，求 PB 的长；

(2)用 θ 表示 $S_{\Delta PAB}$，并求 $S_{\Delta PAB}$ 取值范围.



18．2023 年 4 月 12 日是成都七中 118 周年校庆. 为了纪念这一特殊的日子，两校区学生会在全校学生中开展了校庆知识测试（满分 100 分），随机抽取了 10 名学生的测试成绩，按照$[60,70)$，$[70,80)$，$[80,90)$，$[90,100]$分组，得到如下所示的样本频率分布直方图：



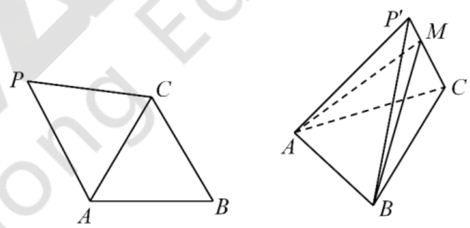
(1)根据频率分布直方图，估计该校学生测试成绩的中位数；

(2)被抽取的 10 名同学中，成绩在$[80,90]$中恰好有一半男生一半女生.从中随机抽取 2 名学生，求这 2 名同学中至少有一人是女生的概率.

19．平面图形同 17 题.$\triangle ABC$是边长为 2 的正三角形，P在平面上满足 $CP=CA$，将$\triangle ACP$沿 AC 翻折，使点 P 到达P'的位置，若平面$P'BC\perp$平面 ABC，且$BC\perp P'A$.

(1)作平面α，使得$AP'\subset\alpha$,且$BC\perp\alpha$,说明作图方法并证明 ；

(2)点 M 满足$\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{P'M}$，求$V_{C-AMB}$的值.



20．已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，$F_1,F_2$为$C$的左右焦点.点 P（1，$-\dfrac{3}{2}$）为椭圆上一点，且$|PF_1|+|PF_2|=4$.作 P 作两直线与椭圆C相交于相异的两点 A，B，直线 PA、PB 的倾斜角互补，直线 AB 与 x，y 轴正半轴相交.

(1)求椭圆C的方程；

(2)求直线AB的斜率.

21.已知函数 $f\left(x\right)=\cos x+\frac{1}{2}x^{2}-1$;

（1）求函数 $f\left(x\right)$ 的极值；

（2）证明：$\sin\frac{1}{2}+\sin\frac{2}{4}+\sin\frac{3}{8}+\ldots+\sin\frac{2023}{2^{2023}}<2$.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一个题目计分．请考生用 2B 铅笔将答题卡上所做题目的题号涂黑.

22．在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为$\begin{cases} x=1+\dfrac{2\sin^{2}\alpha}{\cos^{2}\alpha-\sin^{2}\alpha}, \\ y=\dfrac{\sqrt{2}\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^{2}\alpha-\sin^{2}\alpha} \end{cases}$（$\alpha$ 为参数），以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\theta=\frac{\pi}{6}\left(\rho\in\mathrm{R}\right)$.

(1)求 C 的普通方程与 l 的直角坐标方程；

(2)求 l 与 C 交点的极坐标.

23．已知函数 $f\left(x\right)=\frac{1}{3}\left|x-a\right|\left(a\in R\right)$.

（1）当 $a=2$ 时，解不等式 $\left|x-\frac{1}{3}\right|+f\left(x\right)\geq 1$；

（2）设不等式 $\left|x-\frac{1}{3}\right|+f\left(x\right)\leq x$ 的解集为 M，若 $\left[\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right]\subseteq M$，求实数 a 的取值范围.