

遂宁市高中 2023 届三诊考试

数学（文科）试题

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分。总分 150 分。考试时间 120 分钟。

第 I 卷（选择题，满分 60 分）

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、班级、考号用 0.5 毫米的黑色墨水签字笔填写在答题卡上。并检查条形码粘贴是否正确。
2. 选择题使用 2B 铅笔填涂在答题卡对应题目标号的位置上，非选择题用 0.5 毫米黑色墨水签字笔书写在答题卡对应框内，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。
3. 考试结束后，将答题卡收回。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每个小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的。

1. 已知集合 $M = \{x | |x-1| \geq 2\}$ ， $N = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ ，则

$$(C_R M) \cap N =$$

- A. $\{0, 1, 2\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{-1, 0, 1, 2\}$ D. $\{2, 3\}$

2. 若复数 z 满足 $z \cdot (2+3i) = 3-2i$ ，其中 i 为虚数单位，则 $|z| =$

- A. 0 B. -1 C. $\sqrt{13}$ D. 1

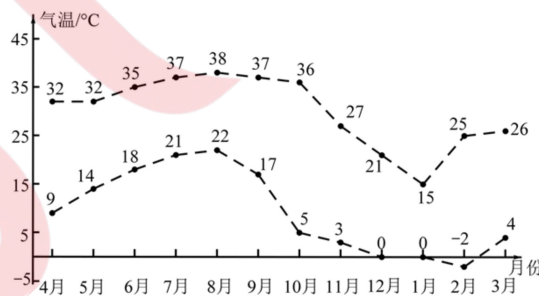
3. 下图是遂宁市 2022 年 4 月至 2023 年 3 月每月最低气温与最高气温（ $^{\circ}\text{C}$ ）的折线统计图：已知每月最低气温与最高气温的线性相关系数 $r =$

数 $r =$

列结论

0.88，则下

正确的是



- A. 月温差（月最高气温 - 月最低气温）的最大值出现在 8 月
- B. 每月最低气温与最高气温有较强的线性相关性，且二者为线性负相关
- C. 每月最高气温与最低气温的平均值在 4-8 月逐月增加
- D. 9 - 12 月的月温差相对于 5 - 8 月，波动性更小
4. 下列说法不正确的是
- A. 若 $am^2 < bm^2$ ，则 $a < b$
- B. 命题 $p: \forall x \in \mathbb{R}, 2^x > 0$ ，则 $\neg p: \exists x_0 \in \mathbb{R}, 2^{x_0} < 0$
- C. 回归直线方程为 $y = 1.23x + 0.08$ ，则样本点的中心可以为 (4, 5)
- D. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c 则 “ $A > B$ ” 是 “ $a + \sin A > b + \sin B$ ” 的充要条件

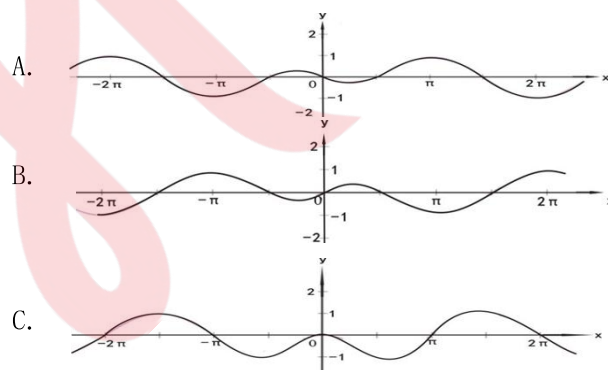
5. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} 2x - y \leq 2 \\ x - 2y \geq 2 \\ x \geq 0 \end{cases}$ 则 $y - 3x$ 的最小值为

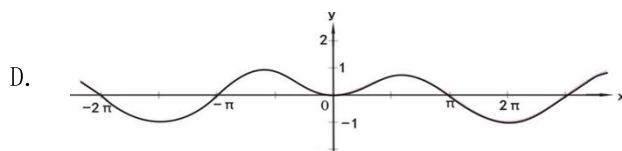
A. $-\frac{5}{3}$ B. -2 C. -1 D. 1

6. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等比数列， a_3, a_7 是方程 $x^2 - 8x + 4 = 0$ 的两个根，设等差数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $b_5 = a_5$ ，则 $S_9 =$

A. -18 或 18 B. -18 C. 18 D. 2

7. 函数 $f(x) = (1 - \frac{2}{3^x + 1}) \cdot \cos x$ 的图像大致为





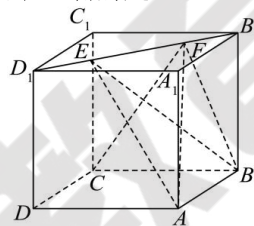
8. 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right) + \cos \omega x$ ($\omega > 0$), $f(x_1) = 0$, $f(x_2) = \sqrt{3}$,

且 $|x_1 - x_2|$ 的最小值为 π , 则 ω 的值为

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

9. 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, 线段 B_1D_1 上有两个动点 E, F (E 在 F 的左边), 且 $EF = \sqrt{2}$. 下列说法不正确的是

- A. 异面直线 AB_1 与 BC_1 所成角为 60°
 B. 当 E, F 运动时, 平面 $EFA \perp$ 平面 ACC_1A_1
 C. 当 E, F 运动时, 存在点 E, F 使得 $AE \parallel BF$
 D. 当 E, F 运动时, 三棱锥体积 $B-AEF$ 不变



10. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_1 = 1$, $2S_n = a_{n+1}a_n$, 则 $S_{20} =$
 A. 210 B. 110 C. 50 D. 55

11. 已知 F_1 为双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左焦点, 过点 F_1 的直线

与圆 $O: x^2 + y^2 = 2a^2$ 交于 A, B 两点 (A 在 F_1, B 之间), 与双曲线 E

在第一象限的交点为 P , 若 $F_1A = BP$, $\angle AOB = 90^\circ$ (O 为坐标原点),

则双曲线 E 的离心率为

- A. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ B. $\sqrt{5}-1$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{5}$

12. 已知定义在 R 上的函数 $\varphi(x)$ 满足: 当 $x_1 \neq x_2$ 时, 恒有

$\frac{\varphi(x_1) - \varphi(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$, 若对任意 $x \in R, \varphi(e^x - b) \geq \varphi(ax)$ 恒成立, 则 ab

的最大值为

- A. $\sqrt{e}$ B. $\frac{e}{2}$ C. e D. e^2

第 II 卷 (非选择题, 满分 90 分)

注意事项:

1. 请用蓝黑钢笔或圆珠笔在第 II 卷答题卡上作答, 不能答在此试卷上。
2. 试卷中横线及框内注有“▲”的地方, 是需要你在第 II 卷答题卡上作答。

二、填空题: 本大题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知向量 $\vec{a} = (-4, x)$, $\vec{b} = (1, -2)$, 且 $(\vec{a} - 2\vec{b}) \perp \vec{b}$, 则 $x =$ _____.

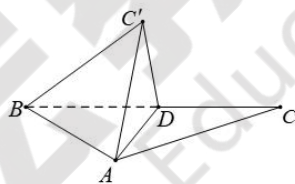
14. 已知 $m \in \left\{ \lg 2 + \lg 5, \log_4 3, \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{3}{5}}, \tan 1 \right\}$, 从这四个数中任取一个数

m , 使函数 $f(x) = x^2 + 2mx + 1$ 有两不相等的实数根的概率为 _____

15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 2$,

$\angle BAC = \frac{2}{3}\pi$, D 是 BC 的中点, 以 AD 为

折痕把 $\triangle ACD$ 折叠, 使点 C 到达点 C' 的位置, 则当三棱锥 $C' - ABD$ 体积最大时, 其外接球的体积为 _____.



16. 已知点 $F(2, 0)$ 为抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点, 点 $M(-2, 0)$,

若第一象限内的点 P 在抛物线 C 上, 则 $\frac{|PM|}{|PF|}$ 的最大值

为 _____.

三、解答题: 共 70 分。第 17 题至第 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。

17. (12 分) 习近平总书记在党史学习教育动员大会上强调: “回望过往的奋斗路, 眺望前方的奋进路, 必须把党的历史学习好、总结好, 把党的成功经验传承好、发扬好。”为庆祝建党 100 周年, 某市积极开展“青春心向党, 建功新时代”系列主题活动。该市某中学为了解学生对党史的认知情况, 举行了一次党史知识竞赛, 全校高一和高二共选拔 100 名学生参加, 其中高一年级 50 人, 高二年级 50

人. 并规定将分数不低于 135 分的得分者称为“党史学习之星”，
这 100 名学生的成绩（满分为 150 分）情况如下表所示.

(1) 能否有 99% 的把握认为学生获得“党史学习之星”与年级有关？

	获得“党史学习之星”	未获得“党史学习之星”	总计
高一年级	40	10	50
高二年级	20	30	50
总计	60	40	100

(2) 获得“党史学习之星”的这 60 名学生中，按高一和高二年级采用分层抽样，随机抽取了 6 人，再从这 6 人中随机抽取 2 人代表学校参加区里的党史知识竞赛，求这 2 人中至少有一人是高二年级的概率.

参考公式： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ，其中 $n = a+b+c+d$.

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	10.828

▲

18. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，且 $b \cos A + a \cos B = 2c \cos A$

(1) 求角 A 的值；

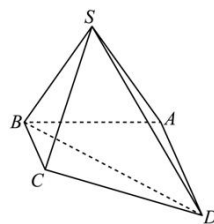
(2) 已知 D 在边 BC 上，且 $BD = 3DC, AD = 3$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积的最大值

▲

19. (12 分) 如图，已知四棱锥 $S-ABCD$ 中，
 $\angle DAB = \angle ABC = 2\angle ABD = 90^\circ$ ， $\triangle SAB$ 是面积为 $\sqrt{3}$ 的等边三角形，且 $SD = 2\sqrt{2}$ ， $BC = \frac{1}{2}AD$

(1) 证明：直线 $AD \perp SB$ ；

(2) 求点 C 到平面 SBD 的距离.



▲

20. (12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左右焦点分别是 F_1, F_2 ，

$|F_1F_2| = 4$ ，点 P 为椭圆短轴的端点，且 $\triangle PF_1F_2$ 的面积为 4，过左焦

点 F_1 的直线 l 与椭圆 C 交于 A, B 两点 (A, B 不在 x 轴上).

(1) 求椭圆 C 的标准方程；

(2) 若点 Q 在椭圆 C 上，且 $\overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ (O 为坐标原点)，求 $\frac{2\sqrt{2}|AB|}{|OQ|^2}$ 的

取值范围.

▲

21. (12 分) 已知函数 $f(x) = x(e^x - 1) - \frac{1}{2}x^2$.

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间和极大值；

(2) 若 $f(x) \geq \ln x + (a-2)x - \frac{1}{2}x^2 + 1$ 恒成立，求实数 a 的取值范围

▲

选考题：全科试题免费下载公众号《高中僧课堂》共 10 分，请考生
在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22. 【选修 4-4：坐标系与参数方程】(10 分)

在直角坐标系 xOy 中，已知曲线 $C_1: \begin{cases} x = 2 + 2\cos\theta \\ y = 2\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数，

$\theta \in [0, \pi]$)，在极坐标系中，曲线 C_2 是以 $(1, \frac{\pi}{2})$ 为圆心且过极点 O 的

圆.

(1) 分别写出曲线 C_1 普通方程和曲线 C_2 的极坐标方程；

(2) 直线 $l: \theta = \frac{\pi}{4}$ ($\rho \in \mathbb{R}$) 与曲线 C_1 、 C_2 分别交于 M 、 N 两点 (异于极点

O)，求 $|MN|$.

▲

23. 【选修 4-5：不等式选讲】(10 分)

已知函数 $f(x) = |x-t| + |x+t|$, $t \in \mathbb{R}$.

(1) 若 $t=1$ ，求不等式 $f(x) \leq 8-x^2$ 的解集；

(2) 已知 $m+n=4$ ，若对任意 $x \in \mathbb{R}$ ，都存在 $m>0$ ， $n>0$ 使得

$f(x) = \frac{4m^2+n}{mn}$ ，求实数 t 的取值范围.

▲