

遂宁市高中 2023 届三诊考试

数学（理科）试题

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分。总分 150 分。考试时间 120 分钟。

第 I 卷（选择题，满分 60 分）

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、班级、考号用 0.5 毫米的黑色墨水签字笔填写在答题卡上。并检查条形码粘贴是否正确。
2. 选择题使用 2B 铅笔填涂在答题卡对应题目标号的位置上，非选择题用 0.5 毫米黑色墨水签字笔书写在答题卡对应框内，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。
3. 考试结束后，将答题卡收回。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每个小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的。

1. 已知集合 $M = \{x | |x-1| \geq 2\}$ ， $N = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ ，则

$$(C_R M) \cap N =$$

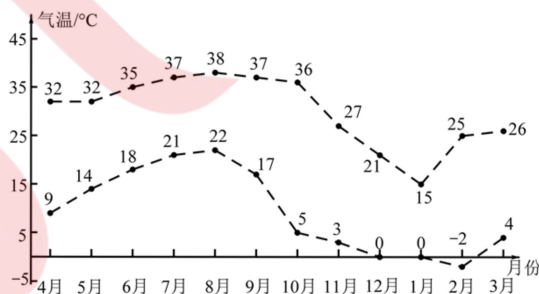
- A. $\{0, 1, 2\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{-1, 0, 1, 2\}$ D. $\{2, 3\}$

2. 若复数 z 满足 $z \cdot (2+3i) = 3-2i$ ，其中 i 为虚数单位，则 $|z| =$

- A. 0 B. -1 C. $\sqrt{13}$ D. 1

3. 下图是遂宁市 2022 年 4 月至 2023 年 3 月每月最低气温与最高气温（ $^{\circ}\text{C}$ ）的折线统计图：已知每月最低气温与最高气温的线性相关系数 $r =$ 0.88，则下列结论

正确的是



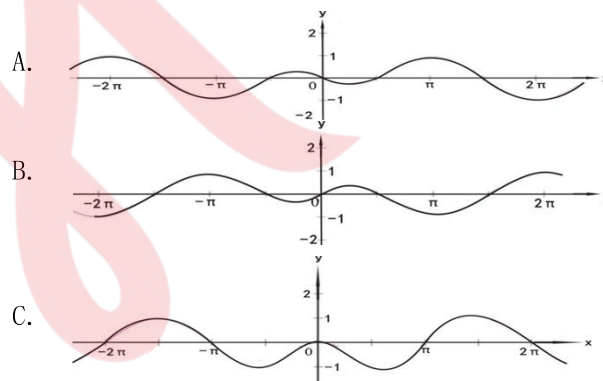
- A. 月温差（月最高气温 - 月最低气温）的最大值出现在 8 月
- B. 每月最低气温与最高气温有较强的线性相关性，且二者为线性负相关
- C. 每月最高气温与最低气温的平均值在 4-8 月逐月增加
- D. 9 - 12 月的月温差相对于 5 - 8 月，波动性更小
4. 下列说法不正确的是
- A. 若 $am^2 < bm^2$ ，则 $a < b$
- B. 命题 $P: \forall x \in \mathbb{R}, 2^x > 0$ ，则 $\neg P: \exists x_0 \in \mathbb{R}, 2^{x_0} < 0$
- C. 回归直线方程为 $y = 1.23x + 0.08$ ，则样本点的中心可以为 (4, 5)
- D. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c 则 “ $A > B$ ” 是 “ $a + \sin A > b + \sin B$ ” 的充要条件

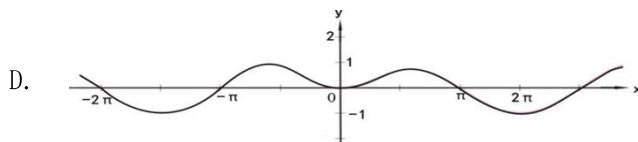
5. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} 2x - y \leq 2 \\ x - 2y \geq 2 \\ x \geq 0 \end{cases}$ 则 $y - 3x$ 的最小值为

A. $-\frac{5}{3}$ B. -2 C. -1 D. 1

6. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等比数列， a_3, a_7 是函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 4x - 1$ 的极值点，设等差数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $b_5 = a_5$ ，则 $S_9 =$
- A. -18 或 18 B. -18 C. 18 D. 2

7. 函数 $f(x) = (1 - \frac{1}{3^x + 1}) \cdot \cos x$ 的图像大致为





8. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $a_1 = 1$ ， $2S_n = a_{n+1}a_n$ ，则 $S_{20} =$

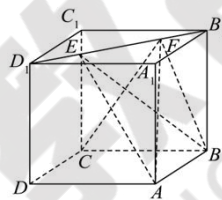
- A. 210 B. 110 C. 50 D. 55

9. 已知 $(1-x)(2x+1)^4 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$ ，则 $a_4 - a_0 =$

- A. 30 B. -30 C. 17 D. -17

10. 如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，线段 B_1D_1 上有两个动点 E, F (E 在 F 的左边)，且 $EF = \sqrt{2}$ 。下列说法不正确的是

- A. 当 E 运动时，二面角 $E-AB-C$ 的最小值为 45°
 B. 当 E, F 运动时，三棱锥体积 $B-AEF$ 不变
 C. 当 E, F 运动时，存在点 E, F 使得 $AE \parallel BF$
 D. 当 E, F 运动时，二面角 $C-EF-B$ 为定值



11. 已知 F_1 为双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点，过点 F_1 的直线

与圆 $O: x^2 + y^2 = 2a^2$ 交于 A, B 两点 (A 在 F_1, B 之间)，与双曲线 E

在第一象限的交点为 P ，若 $F_1A = BP$ ， $\angle AOB = 90^\circ$ (O 为坐标原点)，

则双曲线 E 的离心率为

- A. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ B. $\sqrt{5}-1$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{5}$

12. 已知函数 $f(x) = 2^{x-a} + \frac{x^2}{2} + 3x - \ln(x+3) + 2^{2-x+a}$ 存在零点，则实数 a

的值为

- A. -3 B. -2 C. -1 D. 2

第 II 卷 (非选择题，满分 90 分)

注意事项：

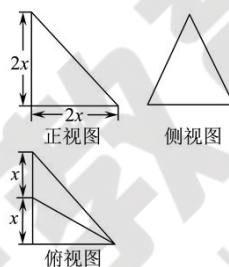
1. 请用蓝黑钢笔或圆珠笔在第Ⅱ卷答题卡上作答，不能答在此试卷上。
2. 试卷中横线及框内注有“▲”的地方，是需要你在第Ⅱ卷答题卡上作答。

二、填空题：本大题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知向量 $\vec{a} = (-4, x)$, $\vec{b} = (1, -2)$ ，且 $(\vec{a} - 2\vec{b}) \perp \vec{b}$ ，则 $x =$ _____.

14. 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right) + \cos \omega x$ ($\omega > 0$)， $f(x_1) = 0$ ， $f(x_2) = \sqrt{3}$ ，且 $|x_1 - x_2|$ 的最小值为 π ，则 $\omega =$ _____

15. 某三棱锥的三视图如图所示，已知它的体积为 $\frac{32}{3}$ ，则该三棱锥外接球的表面积_____



16. 已知抛物线 $C: x^2 = 2py$ ($p > 0$) 的焦点为 F ，准线为 l ，点 $Q(2, y_0)$ 在抛物线上，点 K 为 l 与 y 轴的交点，且 $|QK| = \sqrt{2}|QF|$ ，过点 $P(4, 2)$ 向抛物线作两条切线，切点分别为 A, B ，则 $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{BF} =$ _____

三、解答题：共 70 分。第 17 题至第 21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

17. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别 a, b, c ，且 $b \cos A + a \cos B = 2c \cos A$

(1) 求角 A 的值；

(2) 已知 D 在边 BC 上，且 $BD = 3DC, AD = 3$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积的最大值

▲

18. (12 分) 某企业举行招聘考试，共有 1000 人参加，分为初试和复试，初试成绩总分 100 分，初试通过后参加复试。

(1) 若所有考生的初试成绩 X 近似服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 其中 $\mu=65$, $\sigma=15$, 试估计初试成绩不低于 80 分的人数; (精确到个位数)

(2) 复试共三道题, 每答对一题得 10 分, 答错得 0 分, 答完三道题后的得分之和为考生的复试成绩. 已知某考生进入复试, 他在复试中第一题答对的概率为 $\frac{3}{4}$, 后两题答对的概率均为 $\frac{3}{5}$, 且每道题回答正确与否互不影响. 记该考生的复试成绩为 Y , 求 Y 的分布列及期望

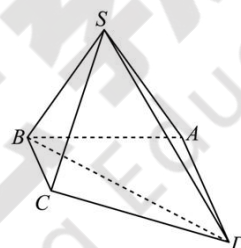
附: 若随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 则:

$$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = 0.6827, \quad P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) = 0.9545,$$

$$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) = 0.9973.$$



19. (12 分) 如图, 已知四棱锥 $S-ABCD$ 中, $\angle DAB = \angle ABC = 2\angle ABD = 90^\circ$, $\triangle SAB$ 是面积为 $\sqrt{3}$ 的等边三角形且 $SD = 2\sqrt{2}$, $BC = \frac{1}{2}AD$



(1) 证明: 直线 $AD \perp SB$;

(2) 求平面 BSA 与平面 SCD 所成角的余弦值.



20. (12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右顶点为 A_1, A_2 , 点

G 是椭圆 C 的上顶点, 直线 A_2G 与圆 $x^2 + y^2 = \frac{8}{3}$ 相切, 且椭圆 C 的

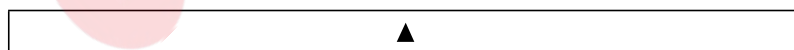
离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 若点 Q 在椭圆 C 上, 过左焦点 F_1 的直线 l 与椭圆 C 交于 A, B 两

点 (A, B 不在 x 轴上) 且 $\overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ (O 为坐标原点), 求 $\frac{2\sqrt{2}|AB|}{|OQ|^2}$

的取值范围.



21. (12 分) 已知函数 $f(x) = me^x - 2x, m \in R$. $g(x) = \cos x + \frac{3}{2}x^2$, 其

中 e 为自然对数的底数.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2) 记函数 $h(x) = f(x) - g(x)$, 若函数 $h(x)$ 存在两个不同的极值点, 求实数 m 的取值范围.

▲

选考题：共 10 分，请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22. 【选修 4-4：坐标系与参数方程】(10 分)

在直角坐标系 xOy 中，已知曲线 $C_1: \begin{cases} x = 2 + 2\cos\theta \\ y = 2\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数,

$\theta \in [0, \pi]$), 在极坐标系中，曲线 C_2 是以 $(1, \frac{\pi}{2})$ 为圆心且过极点 O 的

圆.

(1) 分别写出曲线 C_1 普通方程和曲线 C_2 的极坐标方程;

(2) 直线 $l: \theta = \frac{\pi}{4} (\rho \in R)$ 与曲线 C_1 、 C_2 分别交于 M 、 N 两点 (异于极点 O), 求 $|MN|$.

▲

23. 【选修 4-5：不等式选讲】(10 分)

已知函数 $f(x) = |x - t| + |x + t|, t \in R$.

(1) 若 $t = 1$, 求不等式 $f(x) \leq 8 - x^2$ 的解集;

(2) 已知 $m + n = 4$, 若对任意 $x \in R$, 都存在 $m > 0, n > 0$ 使得

$f(x) = \frac{4m^2 + n}{mn}$, 求实数 t 的取值范围.

▲