

德阳市高中 2020 级“三诊”考试

数学试卷(文史类)

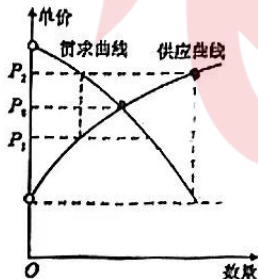
说明：

1. 本试卷分第 I 卷和第 II 卷，共 4 页。考生作答时，须将答案答在答题卡上，在本试卷、草稿纸上答题无效。考试结束后，将答题卡交回。
2. 本试卷满分 150 分，120 分钟完卷。

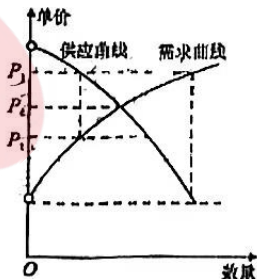
第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

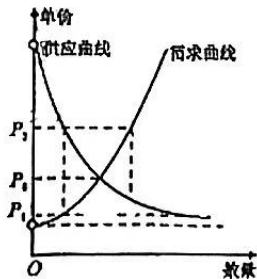
1. 在复平面内，复数 $\frac{2}{1-i}$ (i 为虚数单位) 所对应的点位于
 - A. 第一象限
 - B. 第二象限
 - C. 第三象限
 - D. 第四象限
2. 已知集合 $A = \{x | -2 \leq x \leq 3\}$, $B = \{x | x^2 + x - 6 > 0\}$, 则 $A \cap B =$
 - A. $\emptyset$
 - B. $(-\infty, -3) \cup [-2, +\infty)$
 - C. $[-2, 2)$
 - D. $(2, 3]$
3. 已知互相垂直的平面 α, β 交于直线 l . 若直线 m, n 满足 $m \parallel \alpha, n \perp \beta$, 则
 - A. $m \parallel l$
 - B. $m \perp n$
 - C. $n \perp l$
 - D. $m \perp n$
4. 已知 $p: 0 \leq a \leq 2$, q : 任意 $x \in \mathbb{R}, ax^2 - ax + 1 \geq 0$, 则 p 是 q 成立的
 - A. 充分不必要条件
 - B. 必要不充分条件
 - C. 充要条件
 - D. 既不充分也不必要条件
5. 经济学家在研究供求关系时，一般用纵轴来表示产品价格(自变量)，而用横轴来表示产品数量(因变量)。某类产品的市场供求关系在不受外界因素(如政府限制最高价格等)的影响下，市场会自发调节供求关系：当产品价格 P_1 低于均衡价格 P_0 时，需求量大于供应量，价格会上升为 P_2 ；当产品价格 P_2 高于均衡价格 P_0 时，供应量大于需求量，价格又下降，价格如此波动下去，产品价格将会逐渐靠近均衡价格 P_0 。能正确表示上述供求关系的图形是



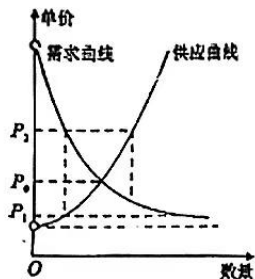
A



B



C



D

6. 已知矩形 $ABCD$ 的面积为 8，当矩形 $ABCD$ 周长最小时，沿对角线 AC 把 $\triangle ACD$ 折起，则三

棱锥 $D-ABC$ 的外接球表面积 S

A. 8π

B. 16π

C. $48\sqrt{2}\pi$

D. 不确定的实数

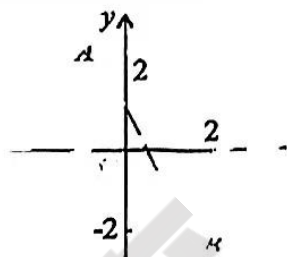
7. 函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, 0 \leq \varphi \leq \pi$) 的部分图象如图所示, 其中 A, B 两点之间的距离为 5, 则 $f(x)$ 的单调递增区间是

A. $[6k-1, 6k+2] (k \in \mathbb{Z})$

B. $[6k-4, 6k-1] (k \in \mathbb{Z})$

C. $[3k-1, 3k+2] (k \in \mathbb{Z})$

D. $[3k-4, 3k-1] (k \in \mathbb{Z})$



$$x - y + 1 \geq 0,$$

8. 设 x, y 满足约束条件 $x + y - 1 \geq 0$, 则 $z = 2x - 3y$ 的最大值是

$$x \leq 3,$$

A. -3

B. -6

C. -7

D. 12

9. 已知 D 为正三角形 ABC 中边 BC 的中点, E 在线段 AC 上且 $AE = \frac{1}{2}EC$, 若 AD 与 BE 交于 M , 若 $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = -27$, 则正三角形 ABC 的边长为

A. 6

B. 12

C. 18

D. 24

10. 数学美的表现形式不同于自然美或艺术美那样直观, 它蕴藏于特有的抽象概念, 公式符号, 推理论证, 思维方法等之中, 揭示了规律性, 是一种科学的真实美. 平面直角坐标系中, 曲线 $C: x^2 + y^2 = |x| + |y|$ 是一条形状优美的曲线, 曲线 C 围成的图形的面积是

A. 2π

B. $4 + \pi$

C. $2 + \pi$

D. π

11. 已知 F_1, F_2 为双曲线的两个焦点, 过点 F_2 作直线 l 与双曲线的一支交于 A, B 两点, $\angle AF_2F_1, \angle BF_2F_1$ 的平分线分别交双曲线虚轴所在直线于 C, D 两点, O 为双曲线中心, 若 $|OC|, |OD|$ 成等比数列, 则双曲线的离心率为

A. $\sqrt{2}$

B. 2

C. $\sqrt{3}$

D. 3

12. 已知实数 x, y 满足 $e^y \ln x = ye^x, y > 1$, 则 x, y 的大小关系为

A. $y \geq x$

B. $y < x$

C. $y > x$

D. $y \leq x$

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

本卷包括必考题和选考题两部分, 第 13 ~ 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答, 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

二、填空题: 共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 将答案填在答题卡上.

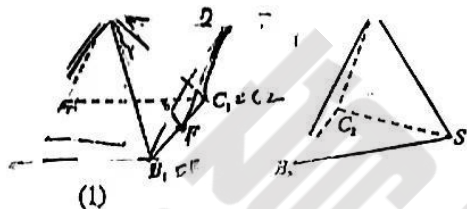
13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & x > 0 \\ 2^x, & x \leq 0 \end{cases}$, 则 $f\left[f\left(\frac{1}{9}\right)\right] = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 设抛物线 $x^2 = 12y$ 的焦点为 F , 经过点 $P(2, 1)$ 的直线 l 与抛物线相交于 A, B 两点, 又知点 P 恰为 AB 的中点, 则 $|AF| + |BF| = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 已知 $\triangle ABC$ 的外接圆 O 的半径为 1, $C = \frac{\pi}{3}$. 从圆 O 内随机取一点 M , 若点 M 在 $\triangle ABC$ 内的概率恰为 $\frac{3\sqrt{3}}{4\pi}$, 则 $\triangle ABC$ 的周长为

16 如图所示, 一个正四棱锥 $P_1-AB_1C_1D$ 和一个正三棱锥 $P_2-B_2C_2S$ 所有棱长都相等, F 为棱 B_1C_1 的中点, 将 P_1 和 P_2 , B_1 和 B_2 , C_1 和 C_2 分别对应重合为 P, B, C 得到一个组合体. 关于该组合体有如下三个结论: ① $AD \perp SP$; ② 直线 AD 与直线 SP 所成角为 60° ; ③ $AB \parallel SP$. 其中正确结论的个数是

三、解答题: 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.



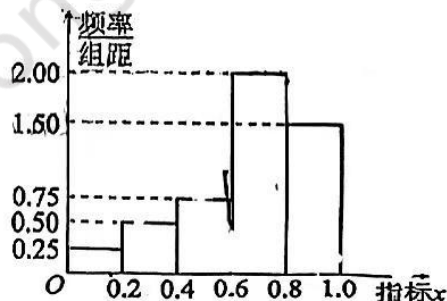
17. (本题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 且满足 $a_2 = 3, a_2 + a_4 + a_6 = 21$. 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和是 S_n , 且 $S_n + b_n = 2$.

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 及数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;
- (2) 若 $c_n = a_n + b_n$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (本题满分 12 分)

某学校高二年级某学科的教师决定帮助本年级 100 名对该科学习困难的学生. 为了做到精准帮助, 教师对这 100 名学生的学习兴趣、学习态度、学习习惯等进行调查, 并把调查结果转化为各学生的学困指标 x , 将指标 x 分成 $[0, 0.2), [0.2, 0.4), [0.4, 0.6), [0.6, 0.8), [0.8, 1.0]$ 五组, 得到如图所示的频率分布直方图. 规定若



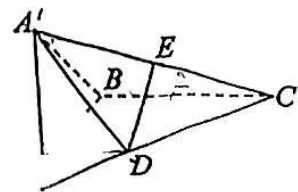
$0 \leq x < 0.6$, 则认定该生为“绝对学困生”; 否则认定该生为“相对学困生”; 当 $0 \leq x < 0.2$ 时, 认定该生为“亟待帮助生”.

(1) 分别求出“绝对学困生”, “亟待帮助生”的人数; 并求学困指标的平均值.

(2) 在学困指标处于 $[0, 0.4)$ 内的学困生中按分层抽样抽取了 6 人, 若从这 6 人中选 2 人, 求恰有一名“亟待帮助生”的概率.

19. (本题满分 12 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, P 为 AB 边上一动点, $PD \parallel BC$ 交 AC 于点 D , 现将 $\triangle PDA$ 沿 PD 翻折至 $\triangle PDA'$.



(1) $\triangle PDA$ 沿 PD 翻折中是否会改变二面角 $C-BA'-P$ 的大小, 并说明理由;

(2) 若 $PB=CB=2PD=2$, E 是 $A'C$ 的中点, 求证: $DE \parallel$ 平面 $A'PB$, 并求当平面 $PDA' \perp$ 平面 $PBCD$ 时四棱锥 $A'-PBCD$ 的体积.

20. (本题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = (x+a)\ln x$ ($a \leq 1$), $g(x) = \frac{1}{x}e^{-x}$, 且曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线斜率均不小于 2.

(1) 求 a 的值;

(2) 求证: 函数 $h(x) = f(x) - g(x)$ 在区间 $(1, 2)$ 内存在唯一的零点.

21. (本题满分 12 分)

已知椭圆: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, F_1, F_2 分别是其左、右焦点, 若 P 是椭圆上的右顶点, 且 $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = 1$.

(1) 求椭圆的方程;

(2) 设直线 $x = ky - 1$ 与椭圆交于 A, B 两点, 点 A 关于 x 轴的对称点为 M (M 与 B 不重合), 问直线 MB 与 x 轴是否交于一个定点? 若是, 请写出该定点的坐标, 并证明你的结论; 若不是, 请说明理由.

请考生在 22、23 二题中任选一题作答. 注意: 只能做所选定的题目. 如果多做, 则按所做第一个题目计分. 作答时, 请用 2B 铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (本题满分 10 分)

在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的方程为 $y = -x + 3 + \sqrt{5}$. 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 圆 C 的极坐标方程为 $\rho = 2\sqrt{5} \sin \theta$.

(1) 求圆 C 的直角坐标方程;

(2) 设圆 C 与直线 l 交于点 A, B . 若点 P 的坐标为 $(3, \sqrt{5})$, 求 $|PA| \cdot |PB|$ 的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (本题满分 10 分)

设函数 $f(x) = |x-1| + |x-a|$.

(1) 若 $a = -1$, 解不等式 $f(x) \geq 3$;

(2) 当 $a \leq 1$ 时, 如果 $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \geq 2$, 求 a 的取值范围.