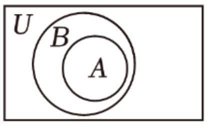
成都市石室中学 2023-2024 年度下期高 2024 届入学考试
数学试题（理）

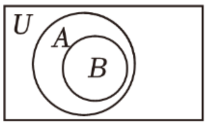
（总分：150 分，时间：120 分钟 ）

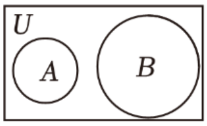
第Ⅰ卷（共 60 分）

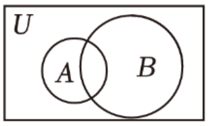
一、选择题（本题共 12 道小题，每小题 5 分，共 60 分）

1．已知全集 $U=R$，能表示集合 $A=\{x\in N\mid x^2-3x,,0\}$ 与 $B=\{1，2\}$ 关系的 $Venn$ 图是(　　)

A．

B．

C．

D．

2.已知向量 $\vec{a}=(-1,2)$，$\vec{b}=(3,2)$，则 $\vec{a}+\vec{b}$ 在 $\vec{a}-\vec{b}$ 方向上投影为(　　)

A． 4　　B． -2　　C． 2　　D． -4

3． $5G$ 技术在我国已经进入高速发展的阶段，$5G$ 手机的销量也逐渐上升，某手机商城统计了最近 5 个月手机的实际销量，如表所示：

月份 x	1	2	3	4	5
销售量 y（千只）	0.5	0.8	1.0	1.2	1.5

若 y 与 x 线性相关，且线性回归方程为 $\hat{y}=0.24x+\hat{a}$，则下列说法不正确的是(　　)

A．由题中数据可知，变量 y 与 x 正相关，且相关系数 $r<1$

B．线性回归方程 $\hat{y}=0.24x+\hat{a}$ 中 $\hat{a}=0.26$

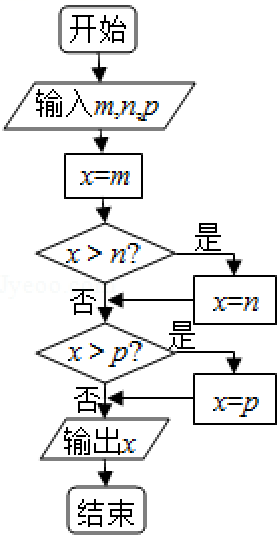
C．残差 $\hat{e}_i(i=1,2,3,4,5)$ 的最大值与最小值之和为 0

D．可以预测 $x=6$ 时该商场 $5G$ 手机销量约为 1.72（千只）

4．方程 $\dfrac{x^2}{m+3}+\dfrac{y^2}{m-1}=1$ 表示双曲线的必要不充分条件可以是(　　)

A． $m\in(-3,1)$　B． $m\in(-3，-1)\cup(-1，1)$　C． $m\in(-3,+\infty)$　D． $m\in(-3,-1)$

5．执行如图所示的程序框图，若依次输入 $m=\dfrac{\ln 2}{2}$，$n=\dfrac{\ln 3}{3}$，$p=\dfrac{\ln 5}{5}$，则输出的结果为(　　)



A． $\dfrac{\ln 2}{2}$　　B． $\dfrac{\ln 3}{3}$　　C． $\dfrac{\ln 5}{5}$　　D．以上都不对

6．在 ΔABC 中，角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c，且 ΔABC 的面积 $S_{\Delta ABC}=\sqrt{3}$，$S_{\Delta ABC}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}(a^2+c^2-b^2)$，则 $\overrightarrow{AB}\square\overrightarrow{BC}=$

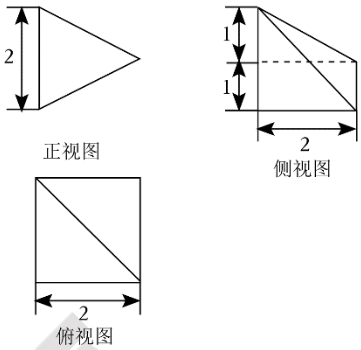
A． $\sqrt{3}$　　B． $-\sqrt{3}$　　C． 2　　D． -2

7. 设等差数列的前 n 项和为 S_n，已知 $S_6=36$，$S_{n-6}=144$，$S_n=324$，则 n 的值为(　　)

A．15　　　B．16　　　C．17　　　D．18

8．如图是某四棱锥的三视图，则该四棱锥的高为(　　)

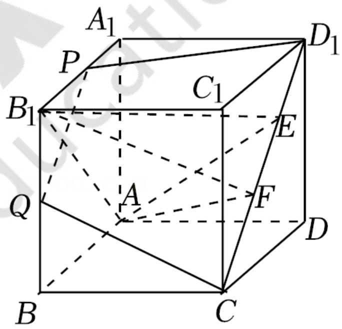
A．1　　　B．2　　　C．$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　　　D．$\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$



9．抛物线 $x^2=4y$ 的焦点为 F，准线为 l，A，B 是抛物线上的两个动点，且满足 $AF\perp BF$，P 为线段 AB 的中点，设 P 在 l 上的射影为 Q，则 $\dfrac{|PQ|}{|AB|}$ 的最大值是(　　)

A．$\dfrac{\sqrt{2}}{3}$　　　B．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　　C．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　　D．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

10． 如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，线段 CD_1 上有两个动点 E，F，且 $EF=\dfrac{1}{2}$，点 P，Q 分别为 A_1B_1，BB_1 的中点，G 在侧面 CDD_1C_1 上运动，且满足 B_1G // 平面 CD_1PQ，以下命题错误的是(　　)



A．$AB_1\perp EF$

B．多面体 $AEFB_1$ 的体积为定值

C．侧面 CDD_1C_1 上存在点 G，使得 $B_1G\perp CD_1$

D．直线 B_1G 与直线 BC 所成的角可能为 $\dfrac{\pi}{6}$

11．已知直线 $l_1:x+y-4=0$ 与圆心为 $M(0,1)$ 且半径为 3 的圆相交于 A，B 两点，直线 $l_2:2mx+2y-3m-5=0$ 与圆 M 交于 C，D 两点，则四边形 $ACBD$ 的面积的值最大是(　　)

A．$9\sqrt{3}$　　　B．$9\sqrt{2}$　　　C．$6\sqrt{2}$　　　D．$9(\sqrt{2}+1)$

12．已知函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{4}\right)(\omega>0)$ 在区间 $(0,\pi)$ 上有且仅有 4 个极值点，给出下列四个结论：

①$f(x)$ 在区间 $(0,\pi)$ 上有且仅有 3 个不同的零点；②$f(x)$ 的最小正周期可能是 $\dfrac{\pi}{2}$；

③ω 的取值范围是 $\left(\dfrac{13}{4},\dfrac{17}{4}\right]$；④$f(x)$ 在区间 $\left(\dfrac{\pi}{23},\dfrac{\pi}{19}\right)$ 上单调递增.

其中正确结论的个数为（　）

A．1　　　B．2　　　C．3　　　D．4

第Ⅱ卷（共 90 分）

二、填空题（本题共 4 道小题，每小题 5 分，共 20 分）

13．若 $(2-\mathrm{i})\cdot z=3\mathrm{i}$，则 z 的共轭复数为_________

14．在 $x(x+1)(x-1)^3$ 的展开式中，含 x^2 的项的系数是_________．（用数字作答）

15.已知ΔABC为等腰三角形，其中$AB=AC$，点D为边AC上一点，$\cos B=\frac{1}{3}$.以点B、D为焦点的椭圆E经过点A与C，则椭圆E的离心率的值为_____.

16.若函数$f\left(x\right)=a^{x}\left(a>0,a\neq 1\right)$与$g\left(x\right)=x^{2}$的图像在实数集R上有且只有3个交点，则实数$a$的取值范围为__________.

三、解答题（本题共6道小题，共70分）

17.已知数列$\{a_n\}$的首项为$a_1=1$，且满足$na_{n+1}=(n+1)a_n$，数列$\{b_n\}$满足$b_n=\frac{1}{3n-1}$.

（Ⅰ）求$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）设数列$\left\{\frac{2^{a_n}}{b_n}\right\}$的前$n$项和为$T_n$，求$T_n$.

18.某企业有甲、乙、丙三个部门，其员工人数分别为6，9，12，员工A隶属于甲部门．现在医务室通过血检进行一种流行疾病的检查，已知该种疾病随机抽取一人血检呈阳性的概率为$\frac{1}{2}$，且每个人血检是否呈阳性相互独立.

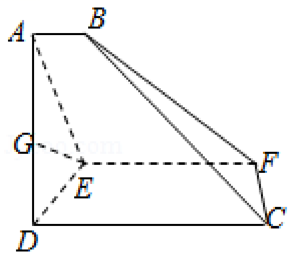
（Ⅰ）现采用分层抽样的方法从中抽取9人进行前期调查，求从甲、乙、丙三个部门的员工中分别抽取多少人，并求员工A被抽到的概率；

（Ⅱ）将甲部门的6名员工随机平均分成2组，先将每组的血样混在一起化验，若结果呈阴性，则可断定本组血样全部为阴性，不必再化验；若结果呈阳性，则本组中至少有一人呈阳性，再逐个化验．记X为甲部门此次检查中血样化验的总次数，求X的分布列和期望.

19. 如图，已知梯形$CDEF$与ΔADE所在平面垂直，$AD\perp DE$，$CD\perp DE$，$AB//CD//EF$，$AE=2DE=8$，$AB=3$，$EF=9$．$CD=12$，连接BC，BF.

（Ⅰ）若G为AD边上一点，$DG=\frac{1}{3}DA$，求证：$EG//$平面BCF；

（Ⅱ）求二面角$E-BF-C$的余弦值.



20．已知椭圆$E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，焦距为2，过$E$的左焦点$F$的直线$l$与$E$相交于A、$B$两点，与直线$x=-2$相交于点$M$.

（Ⅰ）若$M\left(-2,-1\right)$，求证：$|MA|\cdot|BF|=|MB|\cdot|AF|$；

（Ⅱ）过点F作直线l的垂线m与E相交于C、D两点，与直线$x=-2$相交于点N．求$\frac{1}{|MA|}+\frac{1}{|MB|}+\frac{1}{|NC|}+\frac{1}{|ND|}$的最大值.

21．已知函数 $f\left(x\right)=x^{2}-ax+1, g\left(x\right)=\ln x+a\left(a\in R\right)$.

（Ⅰ）若 $a=1, f\left(x\right)>g\left(x\right)$ 在区间 $\left(0,t\right)$ 上恒成立，求实数 t 的取值范围；

（Ⅱ）若函数 $f\left(x\right)$ 和 $g\left(x\right)$ 有公切线，求实数 a 的取值范围.

22．在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=\dfrac{2(1-t^{2})}{1+t^{2}} \\ y=\dfrac{2\sqrt{3}t}{1+t^{2}} \end{cases}$（$t$ 为参数）以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程 $\sqrt{3}\rho\cos\theta-\rho\sin\theta-\sqrt{3}=0$.

（Ⅰ）求 C 和 l 的直角坐标方程；

（Ⅱ）$\theta\in\left[0,2\pi\right)$，直线 l 与 C 交于 M,N 两点，其中 N 点在第一象限，求 M 点的极坐标及 N 点的极径.

23.已知函数 $f\left(x\right)=\left|2x+3\right|+\left|2x-2\right|$， $g(x)=\sin 2x$.

（Ⅰ）求函数 $f(x)+g(x)$ 的最小值；

（Ⅱ）设 $a,b\in(-1,1)$，求证：$\left|2a+1\right|-\left|1-2b\right|<\left|2ab+2\right|$.