数学(文)

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分，共 150 分，考试时间 120 分钟.

第 I 卷

一、选择题(本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1. 设全集 $U=\{x\in N\mid x\le 7\}$， $M=\{3,7\}$， $\complement_U N=\{0,1,2,3,6\}$， 则 $M\cup N=$ （ ）

A．$\varnothing$　　B．$\{7\}$　　C．$\{3,4,5,7\}$　　D．U

2.双曲线 $x^2-\dfrac{y^2}{2}=1$ 的离心率为（ ）

A．3　　B．$\sqrt{3}$　　C．5　　D．$\sqrt{5}$

3.函数 $y=3^x$ 与 $y=-\dfrac{1}{3^x}$ 的图象（ ）

A．关于 x 轴对称　　B．关于 y 轴对称　　C．关于原点对称　　D．关于 $y=x$ 对称

4.若函数 $f(x)=\sin(\omega x)(\omega>0)$ 在 $(0,\dfrac{\pi}{4})$ 上单调递增，则 ω 的取值范围为（ ）

A．$(0,\dfrac{1}{2})$　　B．$(0,2)$　　C．$(0,\dfrac{1}{2}]$　　D．$(0,2]$

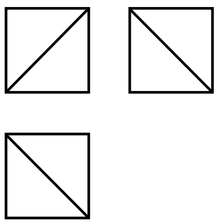
5.设向量 $\vec{a}$， $\vec{b}$ 满足 $(\vec{a}-\vec{b})\perp(\vec{a}+2\vec{b})$， 且 $2|\vec{a}|=3|\vec{b}|\ne 0$， 则 $\cos<\vec{a},\vec{b}>=$ （ ）

A．$-\dfrac{1}{6}$　　B．$-\dfrac{3}{8}$　　C．$\dfrac{1}{6}$　　D．$\dfrac{3}{8}$

6.设 x， y 满足约束条件 $\begin{cases}1-y\le 0,\\ x-y\le 0,\\ x+y\ge -1,\end{cases}$ 则 $z=x+5y$ 的最小值为（ ）

A．3　　B．6　　C．-3　　D．-6

7.一个多面体的三视图如右，图中所示外轮廓都是边长为1的正方形，则该多面体的体积为（ ）



A．$\dfrac{1}{3}$　　B．$\dfrac{2}{3}$

C．$\dfrac{1}{6}$　　D．$\dfrac{5}{6}$

8.设点 $A(2,3)$，动点 P 在抛物线 $C:y^2=4x$ 上，记 P 到直线 $x=-2$ 的距离为 d，则 $|AP|+d$ 的最小值为（ ）

A．1　　B．3　　C．$\sqrt{10}-1$　　D．$\sqrt{10}+1$

9.圆 $O_1:x^2+y^2+2x+8y-8=0$ 与圆 $O_2:x^2+y^2-4x-4y-2=0$ 的位置关系为（ ）

A．外切　　B．相交　　C．内切　　D．相离

10.下列说法中，正确的为（　　）

A．在研究数据的离散程度时，一组数据中添加新数据，其极差与标准差都可能变小

B．在研究变量间的相关关系时，两个变量的相关系数越小，则两者的线性相关程度越弱

C．在实施独立性检验时，显著增加分类变量的样本容量，随机变量 K^2 的观测值 k 会减小

D．在回归分析中，模型样本数据的 R^2 值越大，其残差平方和就越小，拟合效果就越好

11.已知圆锥 PO 的母线长为 3，表面积为 4π，O 为底面圆心，AB 为底面圆直径，C 为底面圆周上一点，$\angle BOC=60^\circ$，M 为 PB 中点，则△ MOC 的面积为（　　）

A．$\dfrac{\sqrt{35}}{4}$　　B．$\dfrac{5}{4}$　　C．$\dfrac{\sqrt{35}}{8}$　　D．$\dfrac{5}{8}$

12.内切球半径为 1 的正四棱台其上、下底面边长可能分别为（　　）

A．1，3　　B．1，4　　C．$\sqrt{2}$，$3\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{2}$，$4\sqrt{2}$

第 II 卷

二、填空题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分)

13. 已知 $\tan\theta=\dfrac{1}{2}$，则 $\tan(\theta-\dfrac{\pi}{4})=$____________.

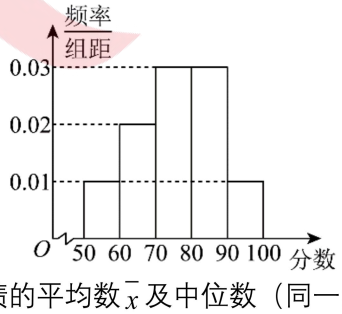
14.设 $z=2-i$，则 $\dfrac{|z|^2}{z^2}$ 的虚部为____________.

15. 在△ ABC 中，已知 $BC=1$，$AC=2$，$\cos C=\dfrac{1}{4}$，则 $\sin 2A=$____________.

16. 若函数 $f(x)=(x-a)x+\ln x$ 在 $(0,+\infty)$ 上无极值点，则 a 的取值范围为____________.

三、解答题(共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答.第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答)

17. (12 分)为了营造浓厚的读书氛围，激发学生的阅读兴趣，丰富学生的精神世界，某市教委组织了书香校园知识大赛，全市共有 500 名学生参加知识大赛初赛，所有学生的成绩均在区间 $[50,100]$ 内，组委会将初赛成绩分成 5 组：$[50,60)$,$[60,70)$,$[70,80)$,$[80,90)$,$[90,100]$ 加以统计，得到如图所示的频率分布直方图.



(1)试估计这 500 名学生初赛成绩的平均数 $\bar{x}$ 及中位数（同一组的数据以该组区间的中间值作为代表）；（中位数精确到 0.01）

(2)组委会在成绩为 $[60,80)$ 的学生中用分层抽样的方法随机抽取 5 人，然后再从抽取的 5 人中任选取 2 人进行调查，求选取的 2 人中恰有 1 人成绩在 $[60,70)$ 内的概率.

18. (12 分)记数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，已知$2S_n=n^2+a_n+a_1-1$.

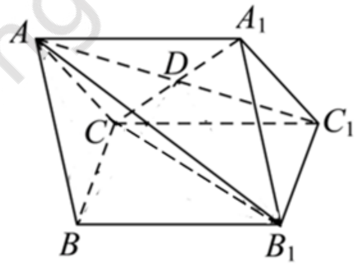
(1)若$a_1\neq 1$，证明：$\{a_n-n\}$是等比数列；

(2)若a_2是a_1和a_3的等差中项，设$b_n=\dfrac{1}{a_na_{n+2}}$，求数列$\{b_n\}$的前$n$项和为$T_n$.

19. (12 分)如图，三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$所有棱长都为2，$\angle B_1BC=60^\circ$，D为A_1C与AC_1交点.

(1)证明：平面$BCD\perp$平面AB_1C_1；

(2)若$DB_1=\dfrac{\sqrt{13}}{2}$，求三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的体积．



20. (12 分)已知函数$f(x)=\dfrac{\sin x}{e^x}-m$，$x\in(0,\pi)$.

(1)求函数$f(x)$的单调区间；

(2)若$x_1<x_2$，满足$f(x_1)=f(x_2)=0$，i）求m的取值范围；ii）证明：$x_1+x_2<\pi$.

21. (12 分)已知椭圆 C_1：$\frac{x^2}{2}+y^2=1$ 与抛物线 C_2：$y=ax^2-2$ 有四个公共点 A、B、C、D，分别位于第一、二、三、四象限内.

(1)求实数 a 的取值范围;

(2)直线 AC、AD 与 y 轴分别交于 M、N 两点，求 $|MN|$ 的取值集合.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22.(10 分)选修 4-4：坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中，以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=\sqrt{2}\cos(\theta-\frac{\pi}{4})(0\le\theta\le\frac{3\pi}{4})$，已知 $M(1,\frac{1}{2})$，动直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+t\cos\alpha,\\ y=\frac{1}{2}+t\sin\alpha\end{cases}$

（t 为参数，$0\le\alpha<\frac{\pi}{2}$）.

(1)写出 C 在直角坐标系下的普通方程;

(2)若直线 l 与曲线 C 有两个公共点 A 和 B，线段 AB 上一点 K 满足 $|KM|^2=|AM|\cdot|BM|$，以 α 为参数写出 K 轨迹的参数方程.

23.(10 分)选修 4—5：不等式选讲

已知 $a,b,c>0$，且 $a+b+c=abc^2$.

(1)求 abc^2 的最小值 m;

(2)证明：$mabc+(a+b)c^2\ge m^2$.