# 成都市第七中学 2024 届高三考前热身考试

## 数学(理)

本试卷分第 1 卷 (选择题) 和第 11 卷 (非选择题) 两部分, 共 150 分, 考试时间 120 分钟.

## 第 1 卷

一、选择题(本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有 一项是符合题目要求的)

1. 设全集 $U=\{x\in N\mid x\leq 7\}$,集合 $M$、$N$ 满足 $M=\{3,7\}$,$(\complement_U M)\cap N=\{4,5\}$,则 $\{0,1,2,6\}=$（　　）

A. $M\cup(\complement_U N)$　　B. $(\complement_U M)\cup(\complement_U N)$　　C. $M\cap(\complement_U N)$　　D. $(\complement_U M)\cap(\complement_U N)$

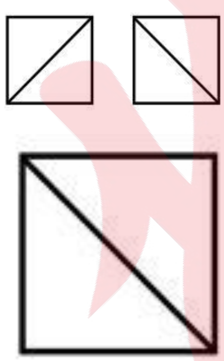
2. 设向量 $\vec{a}$,$\vec{b}$ 满足 $\left(\vec{a}-\vec{b}\right)\perp\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)$,且 $2|\vec{a}|=3\left|\vec{b}\right|\neq 0$,则 $\cos<\vec{a},\vec{b}>=$（　　）

A. $-\frac{1}{6}$　　B. $-\frac{3}{8}$　　C. $\frac{1}{6}$　　D. $\frac{3}{8}$

3. 设 $x,y$ 满足约束条件 $\begin{cases}1-y\leq 0,\\ x-y\leq 0,\\ x+y\geq -1,\end{cases}$ 则 $z=x+5y$ 的最小值为（　　）

A . 3　　B . 6　　C. -3　　D . -6

4. 一个多面体的三视图如右, 图中所示外轮廓都是边长为 1 的正方形



则该多面体的体积为（　　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{1}{6}$　　D. $\frac{5}{6}$

5. 函数 $y=3^{2x}$ 与 $y=3^{1-2x}$ 的图象（　　）

A . 关于 $x=2$ 对称　　B. 关于 $x=1$ 对称

C. 关于 $x=\frac{1}{2}$ 对称　　D. 关于 $x=\frac{1}{4}$ 对称

6. 设点 $A(2,3)$ ,动点 $P$ 在抛物线 $C: y^2=4x$ 上,记 $P$ 到直线 $x=-2$ 的距离为 $d$ ,则 $|AP|+d$ 的 最小值为（　　）

A . 1　　B . 3　　C. $\sqrt{10}-1$　　D. $\sqrt{10}+1$

7. 圆 $O_1: x^2+y^2+2x+8y-8=0$ 与圆 $O_2: x^2+y^2-4x-4y-2=0$ 的位置关系为（　　）

A. 外切　　B. 相交　　C . 内切　　D． 相离

8.下列说法中，正确的为（　　）

A . 在研究数据的离散程度时，一组数据中添加新数据，其极差与标准差都可能变小

B. 在研究变量间的相关关系时，两个变量的相关系数越小，则两者的线性相关程度越弱

C. 在实施独立性检验时,显著增加分类变量的样本容量,随机变量 $K^2$ 的观测值 $k$ 会减小

D . 在回归分析中，模型样本数据的 $R^2$ 值越大，其残差平方和就越小，拟合效果就越好

9. 已知圆锥 $PO$ 的母线长为 3,表面积为 $4\pi$ , $O$ 为底面圆心, $AB$ 为底面圆直径, $C$ 为底面 圆周上一点， $\angle BOC=60^\circ$ ， $M$ 为 $PB$ 中点，则 $\triangle MOC$ 的面积为（　　）

A . $\frac{\sqrt{35}}{4}$　　B. $\frac{5}{4}$　　C. $\frac{\sqrt{35}}{8}$　　D. $\frac{5}{8}$

10. 内切球半径为 1 的正四棱台其上、下底面边长可能分别为（　　）

A . 1 , 3　　B . 1 , 4　　C. $\sqrt{2}, 3\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{2}, 4\sqrt{2}$

11. 设函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,0<\varphi<\pi)$ ,则 “ $0<\omega<\frac{2}{3}$ “是” $f(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{6},\frac{3\pi}{4}\right)$ 上单调递增 “的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既不充分也不必要条件

12. 双曲线 $C$ 的两个焦点为 $F_1$、$F_2$ ,对称中心为 $O$ ,在 $C$ 的一条渐近线上取一点 $M$ ,使得 $|OM|$ 等于 $C$ 的半实轴长，当 $\triangle MF_1F_2$ 的最小角取最大值时， $C$ 的离心率为（　　）

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. 2　　D. $\sqrt{5}$

## 第 11 卷

二、填空题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分)

13. 设 $z=2-i$，则 $\frac{|z|^2}{z^2}$ 的虚部为________

14. $(4x-3y)(2x+y)^5$ 的展开式中 $x^3y^3$ 的系数为________

15. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $BC=1, AC=2, \cos C=\frac{1}{4}$,则 $\sin 2A=$________

16. 曲线 $y=\ln x$ 上有相异三点到点 $M(3,t)$ 的距离相同，则 $t$ 的取值范围为

________

三、解答题(共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17 21 题为必考 题，每个试题考生都必须作答.第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答

17. (12 分) 记数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$ ,已知 $2S_n=n^2+a_n+a_1-1$ .

(1) 若 $a_1\neq 1$ ,证明: $\{a_n-n\}$ 是等比数列;

(2)若 $a_2$ 是 $a_1$ 和 $a_3$ 的等差中项,设 $b_n=\frac{1}{a_na_{n+2}}$ ,求数列 $\{b_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $T_n$ .

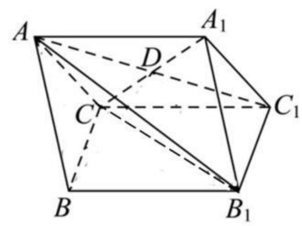
18. (12 分) “绿色出行，低碳环保”的理念已经深入人心，逐渐成为新的时尚 . 甲、乙、丙三 人为响应“绿色出行，低碳环保”号召，他们计划 6 月 1 日选择“共享单车”或“地铁”两种出行 方式中的一种. 他们之间的出行互不影响,其中,甲选择“共享单车”的概率为 $\frac{1}{2}$ ,乙选择 “共享单车”的概率为 $\frac{2}{3}$ ,丙选择“共享单车”的概率为 $\frac{3}{4}$ .

(1)若有两人选择“共享单车”出行，求丙选择“共享单车”的概率；

(2)记甲、乙、丙三人中选择“共享单车”出行的人数为 $X$ ，求 $X$ 的分布列与数学期望

19. (12 分)如图,三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 所有棱长都为 2, $\angle B_1BC=60^\circ$, $D$ 为 $A_1C$ 与 $AC_1$ 交点 (1)证明: 平面 $BCD\perp$ 平面 $AB_1C_1$ ;

(2)若 $DB_1=\frac{\sqrt{13}}{2}$ ,求二面角 $A_1-CB_1-C_1$ 的余弦值.



20. (12 分)已知椭圆 $C_1$:$\frac{x^2}{2}+y^2=1$ 与抛物线 $C_2$:$y=ax^2-2$ 有四个公共点 $A$、$B$、$C$、$D$ 分别位于第一、二、三、四象限内.

(1)求实数 $a$ 的取值范围；

(2)直线 $AC$、$AD$ 与 $y$ 轴分别交于 $M$、$N$ 两点，求 $|MN|$ 的取值集合

21. (12 分) (1)讨论函数 $f(x)=\tan\left(\frac{x}{2}\right)\cdot\frac{e^x+1}{e^x-1}$ 在区间 $(0,\pi)$ 内的单调性;

(2)存在 $x_1,x_2\in(0,\pi)$ ,满足 $x_1<x_2$ ,且 $e^{x_1}\sin x_2=e^{x_2}\sin x_1$ ,

i)证明: $x_1+x_2<\pi$ ;

ii) 若 $x_2<x_1+\frac{\pi}{2}$ ,证明: $x_1+x_2<\frac{2\pi}{3}$ . (参考数据: $4.8<\sqrt{e^\pi}<4.9$ )

请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分

22.(10 分)选修 4-4：坐标系与参数方程

在直角坐标系 $xOy$ 中，以坐标原点为极点， $x$ 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 $C$ 的极坐 标方程为 $\rho=\sqrt{2}\cos\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)\left(0\le\theta\le\frac{3\pi}{4}\right)$ ,已知 $M\left(1,\frac{1}{2}\right)$ ,动直线 $l$ 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+t\cos\alpha,\\ y=\frac{1}{2}+t\sin\alpha\end{cases}$ ( $t$ 为参数, $0\le\alpha<\frac{\pi}{2}$ ).

(1)写出 $C$ 在直角坐标系下的普通方程；

(2)若直线 $l$ 与曲线 $C$ 有两个公共点 $A$ 和 $B$ ，线段 $AB$ 上一点 $K$ 满足 $|KM|^2=|AM|\cdot|BM|$ ，以 $\alpha$ 为参数写出 $K$ 轨迹的参数方程.

23.(10 分)选修 4-5：不等式选讲

已知 $a,b,c>0$ ，且 $a+b+c=abc^2$ .

(1)求 $abc^2$ 的最小值 $m$ ；

(2)证明: $mabc+(a+b)c^2\ge m^2$ .