

2024~2025 学年度上期期末高一年级调研考试

数 学

本试卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。

注意事项：

1. 答题前，务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时，必须使用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦擦干净后，再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时，必须使用 0.5 毫米黑色签字笔，将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答，在试题卷上答题无效。
5. 考试结束后，只将答题卡交回。

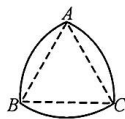
一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一个选项符合题目要求。

1. 命题“ $\forall x > 0, x > \sin x$ ”的否定是

- A. $\exists x \leq 0, x < \sin x$ B. $\exists x \leq 0, x \leq \sin x$
C. $\exists x > 0, x > \sin x$ D. $\exists x > 0, x \leq \sin x$

2. 如图所示的曲边三角形(图中实线)是机械加工使用的某种钻头的横截面。

它是分别以正 $\triangle ABC$ (图中虚线)的三个顶点为圆心，以其边长 a 为半径所作的三段圆弧 $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$, $\widehat{CA}$ 构成的封闭图形，称做鲁洛克斯(F. Reuleaux)三角形。则鲁洛克斯三角形的周长为

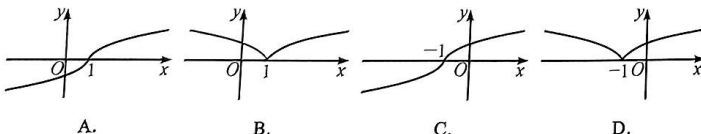


- A. $2\pi a$ B. πa C. $\frac{\pi a}{2}$ D. $\frac{\pi a}{3}$

3. 已知 $a > b$, 则“ $c < d$ ”是“ $a - c > b - d$ ”的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 函数 $y = \sqrt{|x-1|}$ 的图象大致是



5. $\tan 2025^\circ =$

- A. -1 B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. 1

6. 已知一个直角三角形的斜边长为 8, 则其面积的最大值是

- A. 12 B. 14 C. 16 D. 18

7. 已知 $\cos(\alpha - \frac{\pi}{6}) = -\frac{3}{5}$, 且 $0 < \alpha < \pi$, 则 $\cos(\alpha + \frac{\pi}{3}) =$

- A. $-\frac{4}{5}$ B. $-\frac{3}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

8. 设 $a = 2^{-\frac{1}{2}}$, $b = \log_3 2$, $c = \log_4 3$, 则

- A. $a < b < c$ B. $b < c < a$ C. $b < a < c$ D. $c < a < b$

二、选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. 已知集合 $A = \{1, a+2\}$, $B = \{1, 2, a^2\}$, 若 $A \subseteq B$, 则 a 的值可以为

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

10. 设函数 $f(x) = x^2 - x^{-2}$, 则

- A. $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$ B. $f(x)$ 是偶函数
C. $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增 D. $f(x)$ 的值域为 $\mathbf{R}$

11. 关于 x 的不等式 $(ax-1)\ln x < 0$ 的解集可能为

- A. $(\frac{1}{a}, 1)$ B. $(1, \frac{1}{a})$ C. $(0, 1)$ D. $(1, +\infty)$

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. 已知 $y = f(x)$ 是函数 $y = \log_a x$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 的反函数, 则 $y = f(x)$ 的图象经过的定点坐标为_____.13. 声压级 L_P (单位: dB) 与声压 P (单位: Pa) 的关系为 $L_P = 20 \lg \frac{P}{P_0}$, 其中 $P_0 = 2 \times 10^{-5}$ (Pa)

为人在空气中能听到的最低声压. 已知飞机发动机声音的声压级 L_{P_1} 比人正常说话声音的

声压级 L_{P_2} 大 60 dB, 则 $\frac{P_1}{P_2} =$ _____.

14. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}x^2 + ax - a + 1, & x \leq 0, \\ \ln(x+2) - a, & x > 0. \end{cases}$ 若 $f(x_0) = f(0)$ ($x_0 > 0$), 则 $x_0 =$ _____;

若 $f(x)$ 有三个零点, 则 a 的取值范围是_____.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (本小题满分 13 分)

已知全集 $U=\mathbf{R}$ ，集合 $A=\{x|x^2-3x-4<0\}$ ， $B=\{x|0<x-m\leq 2\}$ 。

(1) 当 $m=3$ 时，求 $(\complement_U A)\cap B$ ；

(2) 若 $A\cup B=A$ ，求 m 的取值范围。

16. (本小题满分 15 分)

已知函数 $f(x)=(\cos x + \frac{1}{\cos x})^2 - \tan^2 x \cdot \sin^2 x$ 。

(1) 分别计算 $f(0)$ ， $f(\frac{\pi}{6})$ ， $f(\frac{\pi}{4})$ 和 $f(\frac{\pi}{3})$ 的值；

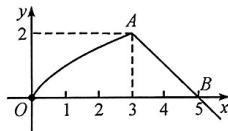
(2) 根据(1)的计算结果，你发现了什么恒等关系？并证明你的结论。

17. (本小题满分 15 分)

已知函数 $y=f(x)$ ($x\geq 0$) 的图象由曲线段 OA ： $y=\log_a(x+b)$ (其中 $a>0$ ，且 $a\neq 1$) 和射线 AB 构成，如图所示。

(1) 求 $y=f(x)$ 的解析式；

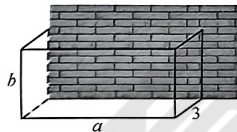
(2) 在同一坐标系中，作出函数 $y=\frac{2}{x}$ ($x>0$) 的大致图象，并



从“形”的角度直观判断方程 $x \cdot f(x)=2$ 的实根个数，再从“数”的角度加以严格验证。

18. (本小题满分 17 分)

利用一堵长 8 m, 高 3 m 的旧墙建造一个无盖的长方体储物仓库, 如图所示. 由于空间限制, 仓库的宽度固定为 3 m. 已知仓库三个侧面的建造成本为 900 元/m^2 , 仓库底面的建造成本为 600 元/m^2 . 整个仓库的建造成本预算为 32 400 元, 假设成本预算恰好用完. 设仓库的长与高分别为 a, b (单位: m).



- (1) 求 a 与 b 满足的关系式;
- (2) 求仓库占地 (即底面) 面积 S 的最小值;
- (3) 求仓库的储物量 (即容积 V) 的最大值.

19. (本小题满分 17 分)

已知函数 $f(x) = a - \frac{2}{2^{x-1} - 1}$, 其中 $a \in \mathbf{R}$.

- (1) 判断并证明 $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上的单调性;

(2) 我们知道, 函数 $y = g(x)$ 的图象关于点 $P(m, n)$ 成中心对称图形的充要条件是函数 $y = g(x+m) - n$ 为奇函数. 据此, 求 $y = f(x)$ 图象的对称中心;

(3) 把集合 $\{x \in I \mid \varphi(x) < k \cdot \omega(x), k \text{ 为常数}\}$ 称作函数 $y = \varphi(x)$ 关于函数 $y = \omega(x)$ 在区间 I 上的 k 倍集. 是否存在 a , 使得 $y = f(x)$ 关于 $y = 2^x$ 在 $(-\infty, 0)$ 上的 a^2 倍集不为空集? 若存在, 求出 a 的取值范围; 若不存在, 请说明理由.