成都七中高 2025 届高三下入学测试

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1． 已知集合 $A=\left\{x\middle|\ y=\sqrt{3x-x^2}\right\},B=\left\{y\middle|\ y=3^x+2\right\}$．则 $A\cap B=$（　）

A．$[0,3]$　　B．$(0,2]$　　C．$[2,3]$　　D．$(2,3]$

2． 若 α 是第一象限角，则下列结论一定成立的是（　）

A．$\sin\dfrac{\alpha}{2}>0$　　B．$\cos\dfrac{\alpha}{2}>0$

C．$\tan\dfrac{\alpha}{2}>0$　　D．$\sin\dfrac{\alpha}{2}\cos\dfrac{\alpha}{2}<0$

3． 设 $\vec{a},\vec{b}$ 为非零向量，则“$\vec{a}\perp\vec{b}$”是“$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\left|\vec{a}-\vec{b}\right|$”的（　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

4． 若复数 z 满足 $z(2-\mathrm{i})=2\mathrm{i}$，则在复平面内 z 对应的点位于（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

5． 若双曲线 $x^2+\dfrac{y^2}{k}=1$ 的离心率是 2，则实数 k 的值是（　）

A．-3　　B．$-\dfrac{1}{3}$　　C．3　　D．$\dfrac{1}{3}$

6． 某圆锥的侧面展开图是一个半径为 $2\sqrt{6}$，圆心角为 π 的扇形，则该圆锥的内切球体积为（　）

A．$\dfrac{8\sqrt{2}\pi}{3}$　　B．$\dfrac{8\sqrt{3}\pi}{3}$　　C．4π　　D．6π

7． 已知数列 $\{a_n\}$ 是各项为正数的等比数列，公比为 q，在 a_1,a_2 之间插入 1 个数，使这 3 个数成等差数列，记公差为 d_1，在 a_2,a_3 之间插入 2 个数，使这 4 个数成等差数列，公差为 $d_2,\cdots$，在 a_n,a_{n+1} 之间插入 n 个数，使这 $n+2$ 个数成等差数列，公差为 d_n．以下能使得数列 $\{d_n\}$ 单调递增的是（　　）

A. $q>1$　　B. $1<q<\dfrac{3}{2}$　　C. $d_1<d_2$　　D. $d_2<d_3$

8. 等腰三角形它的三个顶点都在曲线 $C:x^2+m^2y^2=m^2(m>1)$ 上，且该等腰三角形恰有两个顶点在 x 轴或 y 轴上.若满足以上条件的等腰三角形大于 16 个，求 m 的范围（　）

A． $m>\sqrt{2}$　　B． $m>\sqrt{3}$　　C． $1<m<\sqrt{3}$　　D． $1<m<\sqrt{2}$.

二、多项选择题：本题共 **3** 小题，每小题 **6** 分，共 **18** 分**.** 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 **6** 分，部分选对的得部分分，有选错的得 **0** 分**.**

9．某产品供不应求，其生产成本$c(x)$（万元）与产量$x(x>0)$（台）的函数关系式为$c(x)=50+2x$，价格$p(x)$与产量x的函数关系式为$p(x)=242-\frac{1}{5}x^2$（万元/台），记销售该产品x台获得的利润（利润=销售收入-生产成本）为$f(x)$万元．下列说法正确的是（　）

A． $f(x)=-\frac{1}{5}x^3+240x-50$　　B． $x\in\left(0,11\sqrt{10}\right)$

C．利润$f(x)$最大为3150万元　　D．利润$f(x)$最大为3750万元

10．在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，点P满足$\overrightarrow{C_1P}=\lambda\overrightarrow{C_1C}\left(\lambda\in(0,1)\right)$，则下列说法正确的是（　）

A．过P有且只有一条直线与直线AB和A_1D_1都相交

B．过P有且只有一条直线与直线AB和A_1D_1都垂直

C．过P有且只有一个平面与直线AB和A_1D_1所成角相等

D．空间中存在无数条直线与直线BB_1,AD,C_1D_1均相交

11．已知一个点集A及一点P，任取点集A中一点Q，线段PQ长度的最小值称为点P到点集A的距离，记作$d(P,A)$,下列结论中正确的是（　　）

A．若点集A只有一个点，P是点A所在平面上一点，则点的集合$D=\left\{P\middle|d(P,A)\le 2\right\}$所表示的图形的面积为$4\pi$；

B．若点集A是一个半径为2的圆，P是点A所在平面上一点，则点的集合$D=\left\{P\middle|d(P,A)\le 1\right\}$所表示的图形的面积为$9\pi$；

C．若点集A是一个边长为2的等边三角形及其内部的所有点，P是点A所在平面上一点，则点的集合$D=\left\{P\middle|d(P,A)\le 1\right\}$所表示的图形的面积为$\pi+6+\sqrt{3}$；

D．若点集A是边长为2，3的矩形及其内部所有点，P是空间中一点，则点的集合$D=\left\{P\middle|d(P,A)\le 1\right\}$所表示的图形的体积为$12+\frac{19}{3}\pi$.

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 经过点$\left(1,\sqrt{3}\right)$且与直线$l:x+\sqrt{3}y-1=0$垂直的直线方程为_____.

13. 在$\left(\sqrt[3]{x}-\dfrac{2}{x}\right)^{n}$的二项式中，所有项的二项式系数之和为 256，则常数项等于________.

14. 现有$2n-1$个编号为$1,2,\cdots,2n-1\left(n\in\mathbf{N}^{*}，n\geq 2\right)$的小球随机从中取出$n$个．记$\xi$为取出的$n$个球中最大的编号.对$n\geq 2$，$E\left(\xi\right)=$______．

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. 人教 A 版必修第二册第 46 页上在用向量方法推导正弦定理采取如下操作：如图1，在锐角$\triangle ABC$中，过点A作与$\overline{AC}$垂直的单位向量$\vec{j}$，因为$\overline{AC}+\overline{CB}=\overline{AB}$，所以

$\vec{j}\cdot\left(\overline{AC}+\overline{CB}\right)=\vec{j}\cdot\overline{AB}$，由分配律，得$\vec{j}\cdot\overline{AC}+\vec{j}\cdot\overline{CB}=\vec{j}\cdot\overline{AB}$，即

$\left|\vec{j}\right|\cdot\left|\overline{AC}\right|\cos\dfrac{\pi}{2}+\left|\vec{j}\right|\left|\overline{CB}\right|\cdot\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-C\right)=\left|\vec{j}\right|\cdot\left|\overline{AB}\right|\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\mathrm{A}\right)$，也即$a\sin C=c\sin A$．请用上述向量方法探究，如图2，直线$l$与$\triangle ABC$的边$AB$、$AC$分别相交于点$D$、$E$．设$AB=c$，$BC=a$，$CA=b$，$\angle ADE=\theta$．则$\theta$与$\triangle ABC$的边和角之间的等量关系？请写出推导的过程.

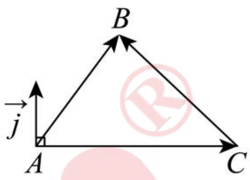


图1

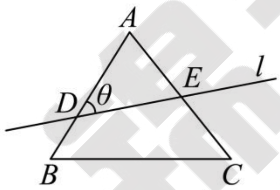
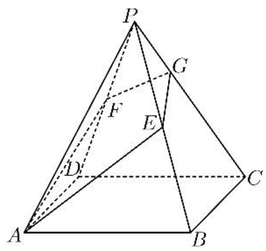


图2

16. 如图，在正四棱锥$P-ABCD$中，$PA=AB=2\sqrt{2}$，E、F分别为PB、PD的中点，平面AEF与棱PC的交点为G.



(1)证明：$EF\perp PC$；

(2)求平面AEF与平面$ABCD$所成锐二面角的余弦值大小；

(3)求点G的位置.

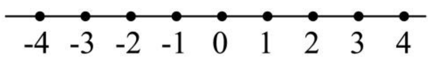
17. 已知定义在$(0,+\infty)$上的函数$y=f(x)$的表达式为$f\left(x\right)=\sin x-x\cos x$，其所有的零点按从小到大的顺序组成数列$\{x_n\}$（$n\geq 1,n\in \mathrm{N}$）.

(1)求函数$y=f\left(x\right)$在$\left(\dfrac{\pi}{2},1\right)$处的切线方程；

(2)判断并证明函数$y=f\left(x\right)$在区间$\left(0,2025\right)$上的零点个数；

(3)求证：$x_{n+1}-x_n>\pi$.

18. 如图，在一条无限长的轨道上，一个质点在随机外力的作用下，从位置 0 出发，每次只能向左或者向右运动 1 个单位，且每次运动方向相互独立，质点向右运动的概率为$p(0<p<1)$.设移动n次后质点位于位置ξ_n.



(1)当$p=\dfrac{1}{2}$时，求$P\left(\xi_4=-2\right)$；

(2)当$p=\dfrac{1}{3}$时，

①若$n=2025$，求质点最有可能运动到的位置对应的数，并说明理由；

②求$D\left(\xi_n\right)$的值.

19.已知抛物线$x^2=2py(p>0)$上有三点A,B,C.当$|AB|=10$时，线段AB的中点M的纵坐标的最小值为$\dfrac{19}{4}$.

（1）求抛物线的方程；

（2）若以AC为直径的圆过点B

①当B在坐标原点时，过B作AC的垂线，垂足为D，求D的轨迹方程；

②求证：$|AB|+|BC|>\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.