

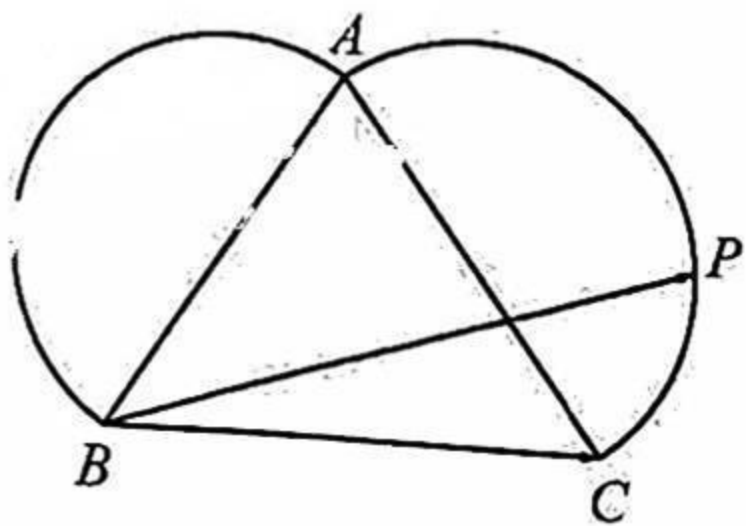
注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的考号、姓名、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦擦干净后, 再选涂其它答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, $B = \{x | \log_2 x > 0\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\{0\}$ B. $\{1\}$ C. $\{2\}$ D. $\{1, 2\}$
2. 复数 z 满足 $|z-1| - |z+1| = 1$, 则在复平面内 z 对应的点的轨迹为
A. 圆 B. 双曲线的一支 C. 椭圆 D. 抛物线
3. 已知数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的方差 $s^2 = 0$, 则 $\sum_{i=1}^n (x_i - x_1)^2 =$
A. n^2 B. n C. 1 D. 0
4. $(2x^2 + y^4 - 1)^6$ 的展开式中, 含 xy^4 的项的系数是
A. -60 B. -30 C. 30 D. 60
5. 设函数 $g(x) = f(x) - |x|$ 是奇函数, $h(x) = f(x) + 2$, 若 $f(1) = 3$, 则 $h(-1) =$
A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
6. 已知 m, n 为异面直线, $m \perp$ 平面 α , $n \perp$ 平面 β , 若直线 l 满足 $l \perp m$, $l \perp n$, $l \not\subset \alpha$, $l \not\subset \beta$, 则
A. $\alpha \parallel \beta$, $l \parallel \alpha$ B. α 与 β 相交, 且交线平行于 l
C. $\alpha \perp \beta$, $l \perp \beta$ D. α 与 β 相交, 且交线垂直于 l
7. 如图, 在等边 $\triangle ABC$ 中, $BC = 2$, 以 AB, AC 为直径分别作半圆, P 是两段半圆弧上的动点, 则 $\overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{BC}$ 的取值范围是

- A. $[-1, 6]$
- B. $[-2, 5]$
- C. $[-2, 6]$
- D. $[-1, 5]$



设函数 $f(x) = (x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$, 其中 $x_1 < x_2 < x_3$, 若 $f(1+x)f(3-x) \leq 0$, 则

A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

已知函数 $f(x) = \sin(x + \frac{\pi}{4}) + \cos(x - \frac{\pi}{4})$, 则

A. 函数 $f(x - \frac{\pi}{4})$ 为偶函数

B. 曲线 $y = f(x)$ 的一个对称中心为 $(-\frac{\pi}{4}, 0)$

C. $f(x)$ 在区间 $(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2})$ 单调递增

D. $f(x)$ 的极大值为 2

10. 已知 F_1, F_2 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1 (a > 1)$ 的左、右焦点，点 $Q(\sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ 在 C 上， M 是 C 上的动点， $MN \perp y$ 轴，垂足为 N ，且 P 为 MN 的中点，则

A. $\angle F_1MF_2$ 的最大值为 120°

B. $\frac{1}{|MF_1|} + \frac{4}{|MF_2|}$ 的最小值为 9

C. 点 P 的轨迹方程为 $x^2 + y^2 = 1$

D. $|PQ|$ 的最小值为 $\frac{\sqrt{10}}{2} - 1$

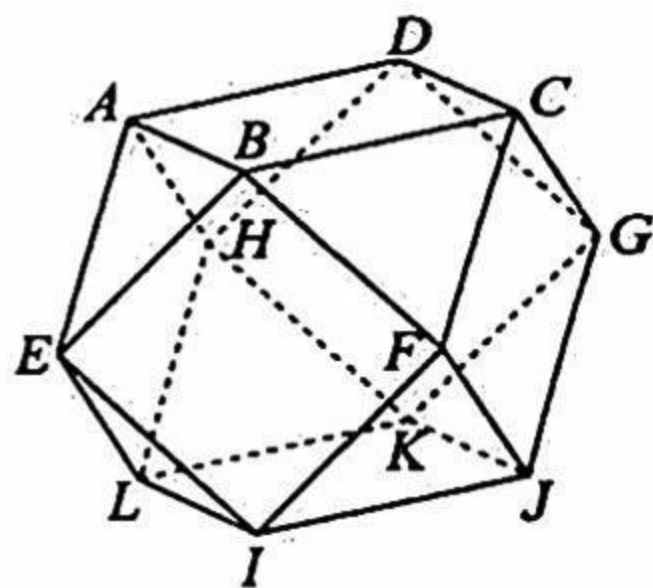
11. “阿基米德多面体”也称半正多面体，是由两种或多种正多边形面组成，而又不属于正多面体的凸多面体，体现了数学的对称美。如图，某广场的一张石凳就是一个阿基米德多面体，它是由正方体截去八个一样的四面体得到的二十四等边体，若它所有的棱长都为 2，则

A. 该石凳的表面积为 $24 + 8\sqrt{3}$

B. 该石凳的体积为 $\frac{40\sqrt{2}}{3}$

C. 直线 LH 与 BC 的夹角为 60°

D. $DH \perp$ 平面 LEI



三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. 已知函数 $f(x) = \log_a x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$. 若 $f(e^2) + f(e^3) = 10$, 则 $a =$ _____.

13. 设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若 $S_5 = 15$, 且 a_1, a_3, a_4 成等比数列, 则 $a_6 =$ _____.

14. 从集合 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 中任取 4 个不同的数, 组成无重复数字的四位数. 若该四位数能被 3 整除的概率为 P ; 若取出的 4 个数按从小到大排列, 中间两个数的和为 7 的概率为 q , 则 $P + q =$ _____.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (13 分)

在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对边分别为 a, b, c ，且 $a \cos C + \sqrt{3} a \sin C - b - c = 0$ 。

(1) 求 A ；

(2) 若 $b=1$ ， $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$ ，求 a 。

16. (15 分)

为了检测某种抗病毒疫苗的免疫效果，需要进行小白鼠试验。现将 300 只小白鼠分为甲、乙两组，甲组 200 只，乙组 100 只。研究人员将疫苗注射到甲组的 200 只小白鼠体内，一段时间后检测小白鼠的某项指标值。检测发现有 150 只小白鼠体内产生抗体，其中该项指标值不小于 60 的占 $\frac{5}{6}$ ；没有产生抗体的小白鼠中该项指标值不小于 60 的占 $\frac{3}{5}$ 。假设各小白鼠注射疫苗后是否产生抗体是相互独立的。

(1) 填写如下 2×2 列联表，并根据列联表及 $\alpha = 0.001$ 的独立性检验，判断能否认为注射疫苗后小白鼠产生抗体与指标值不小于 60 有关；

抗 体	指标值		合 计
	小于 60	不小于 60	
有抗体			
没有抗体			
合 计			

(2) 用甲组中小白鼠产生抗体的频率估计概率，记乙组小白鼠在注射疫苗后产生抗体的只数为 X ，当 $P(X=k)$ ($0 \leq k \leq 100, k \in \mathbb{N}$) 取最大值时，求 k 。

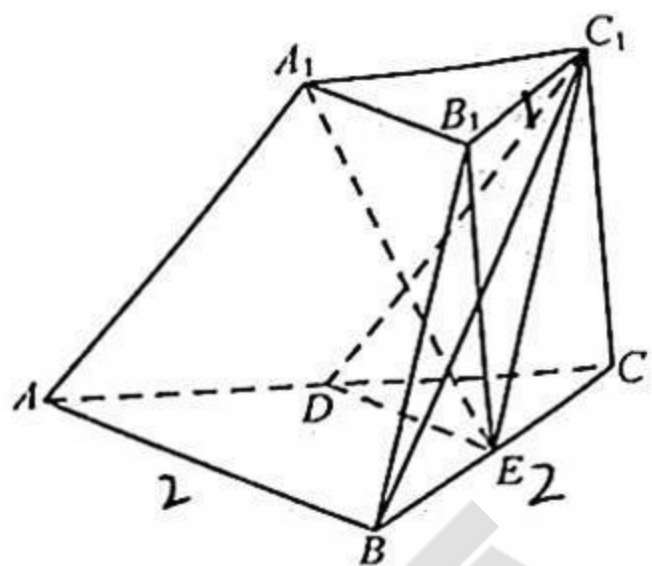
参考公式： $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ (其中 $n=a+b+c+d$ 为样本容量)

参考数据：

α	0.1	0.05	0.005	0.001
χ_α	2.706	3.841	7.879	10.828

17. (15 分)

如图, 三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $CC_1 \perp$ 平面 ABC , $AB \perp BC_1$, $AB=BC=2$, $B_1C_1=1$, D , E 分别是棱 AC , BC 的中点.



(1) 证明: 平面 $ABB_1A_1 \perp$ 平面 BCC_1B_1 ;

(2) 已知三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积大于 2, 且直线 BC_1 与平面 DEC_1 所成的角的正弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{10}$, 求平面 DEC_1 与平面 A_1B_1E 所成角的余弦值.

18. (17 分)

已知函数 $f(x) = \ln \frac{x+1}{1-x} + ax^3 - 2x$.

(1) 当 $a = -1$ 时, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 当 $0 < x < 1$ 时, $f(x) > 0$, 求 a 的取值范围;

(3) 对于点 $P(x_0, f(x_0))$, $f(x)$ 在 P 处的切线方程为 $y = g(x)$, 若对任意 $x \in (-1, 1)$, 都有 $(x - x_0)[f(x) - g(x)] \geq 0$, 则称 P 为“好”点. 当 $a = -\frac{2}{3}$ 时, 求 $f(x)$ 的“好”点 P . (只要求写出结果, 不需说明理由)

19. (17 分)

已知曲线 $C: |y| = \sqrt{x}$, 点 $F_0(\frac{1}{4}, 0)$, 曲线 C 上一点 $P_1(x_1, y_1)$ ($x_1 > \frac{1}{4}$, $y_1 > 0$), 直线 F_0P_1 与 C 的另一个交点为 P_0 . 按照如下方式依次构造点 P_{2k-1} , P_{2k} , P_{2k+1} , F_{2k} ($k = 1, 2, 3, \dots$), 过 P_{2k-1} 作 x 轴的垂线, 垂足为 F_{2k-1} , 垂线与 C 的另一个交点为 P_{2k} . 作直线 $P_{2k-2}F_{2k-1}$, 与 C 的另一个交点为 P_{2k+1} , 直线 $P_{2k}P_{2k+1}$ 与 x 轴的交点为 F_{2k} . 记 $P_n(x_n, y_n)$, $F_n(m_n, 0)$, $m_1 = m$, ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$).

(1) 若 $P_1(1, 1)$, 求 m_1 , m_2 , m_3 ;

(2) 求证: 数列 $\{m_n\}$ 是等比数列, 并用 m 表示 $\{m_n\}$ 的通项公式;

(3) 对任意的正整数 k , $\triangle P_{2k-2}P_{2k-1}F_{2k-1}$ 与 $\triangle F_{2k-1}P_{2k}P_{2k+1}$ 的面积之比是否为定值? 若是, 请用 m 表示该定值; 若不是, 请说明理由.