成都七中高 2026 届高三上学期入学考试数学试题参考答案及评分标准

一．单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项符合要求.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	B	D	A	C	C	D	A

8 题解析：函数 $f(x)=(e^x-ax-a)(\ln x-ax-1)$ 定义域为 $(0,+\infty)$，

不等式 $(e^x-ax-a)(\ln x-ax-1)\le 0\Leftrightarrow\left(\dfrac{e^x}{x+1}-a\right)\left(\dfrac{\ln x-1}{x}-a\right)\le 0$，

设 $g(x)=\dfrac{e^x}{x+1}$，求导得 $g'(x)=\dfrac{e^x\cdot x}{(x+1)^2}$，

当 $x>0$ 时，$g'(x)>0$，函数 $g(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，$g(x)>g(0)=1$.

设 $h(x)=\dfrac{\ln x-1}{x}$，则 $h'(x)=\dfrac{2-\ln x}{x^2}$，当 $0<x<e^2$ 时，$h'(x)>0$；当 $x>e^2$ 时，$h'(x)<0$，

函数 $h(x)$ 在 $(0,e^2)$ 上单调递增，在 $(e^2,+\infty)$ 上单调递减，$h(x)_{\max}=h(e^2)=\dfrac{1}{e^2}$，

因此 $\left(\dfrac{\ln x^2-1}{x^2}\right)_{\max}=\dfrac{1}{e^2}$，于是 $\left(a-\dfrac{e^x}{x}\right)\left(a-\dfrac{\ln x^2-1}{x^2}\right)\le 0\Leftrightarrow\dfrac{\ln x^2-1}{x^2}\le a\le\dfrac{e^x}{x}$，则 $\dfrac{1}{e^2}\le a\le 1$，

所以 a 的取值范围为 $\left[\dfrac{1}{e^2},1\right]$.

二、多选题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分．

题号	9	10	11
答案	ACD	AD	BC

11 题解析：由于 A,B 到圆柱下底面的距离相等，故 A,B 在平行于底面的一个截面圆上，

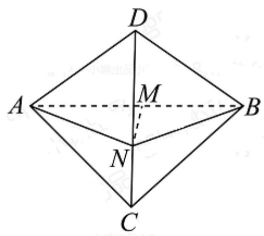
①若 C,D 在与 A,B 平行于底面的一个截面圆上一边，易知 C,D 在平行于底面的截面上.

根据正四面体的性质可知 AB,CD 投影到底面圆上分别为 $A'B',C'D'$ 时，

此时显然可知 $A'B'$ 与 $C'D'$ 互相平分且垂直，

因此 $A'B'$ 与 $C'D'$ 为底面圆上两条互相垂直的直径，因此 $AB=CD=2r=2$；

②若 C,D 在与 A,B 平行于底面的一个截面圆上两边，如图（1），



图(1)

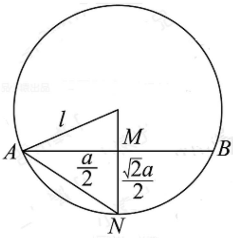
设正四面体的棱长为 a，过 CD 的中点 N 以及 AB 为平面 ABN

则 $CD\perp ABN$，取 AB 中点为 M，$AM=\dfrac{1}{2}a,AC=a,CN=\dfrac{1}{2}CD=\dfrac{1}{2}a$，

由于 $CD\perp$ 平面 $ABN,AN\subset$ 平面 ABN，故 $CN\perp AN$，因此 $AN=\sqrt{AC^2-CN^2}=\sqrt{a^2-\left(\dfrac{a}{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$，

由于 $AN=BN$，则 $MN\perp AB$，

故 $NM=\sqrt{AN^2-AM^2}=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}a$，



图(2)

如图（2）：在过 AB 且平行于圆柱底面的截面圆中，

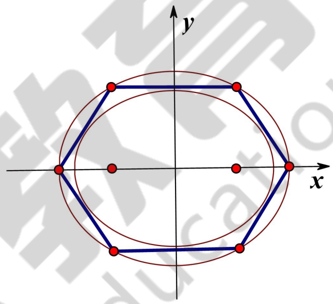
由勾股定理可得 $1^2=\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(1-\frac{\sqrt{2}a}{2}\right)^2$，解得 $a=\frac{4\sqrt{2}}{3}$，

综上可得 $a=\frac{4\sqrt{2}}{3}$ 或 $a=2$．

三、填空题

12.答案：3　　13. 答案：$\frac{3}{2}+\sqrt{2}$　　14.答案：$\frac{\sqrt{6}}{3}$

14 题解析：由题意可得 $|x+d_n|+|x-d_n|+2|y|=2m$，



易知“$L-$椭圆”关于 x 轴，y 轴，原点对称，

只需考虑第一象限即可，此时 $y=\begin{cases}-x+m, d_n\le x\le m\\ m-d_n, 0\le m-d_n\end{cases}$，

因为 L_n 的边均与 E_n 相切，且 L_n 的顶点均在 E_{n+1} 上，则 $a_{n+1}=m, b_n=m-d_n, d_n=a_{n+1}-b_n$，

因为 $y=-x+m$ 均与 E_n 相切，则 $\begin{cases}\frac{x^2}{a_n^2}+\frac{y^2}{b_n^2}=1\\ y=-x+m\end{cases}\Rightarrow\left(a_n^2+b_n^2\right)x^2-2ma_n^2x+m^2a_n^2-a_n^2b_n^2=0$，

则 $\Delta=0\Rightarrow a_n^2+\left(m-d_n^2\right)-m^2=0\Rightarrow a_n^2=2md_n-d_n^2$ 即 $a_n^2=2a_{n+1}\left(a_{n+1}-b_n\right)-\left(a_{n+1}-b_n\right)^2=a_{n+1}^2-b_n^2$

设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q，则 $a_n^2=a_{n+1}^2-b_n^2\Rightarrow 1=q^2-\left(\frac{b_n}{a_n}\right)^2$，

又因为数列数列 $\{a_n\},\{b_n\}$ 均为正项数列，设 $\frac{b_n}{a_n}=\frac{b_{n+1}}{a_{n+1}}=t=\sqrt{q^2-1}$，①

又因为 L_n 的顶点均在 E_{n+1} 上，则 $\left(d_n, m-d_n\right)$ 在 E_{n+1} 上，则 $\frac{d_n^2}{a_{n+1}^2}+\frac{\left(m-d_n\right)^2}{b_{n+1}^2}=1\Leftrightarrow\frac{d_n^2}{m^2}+\frac{\left(m-d_n\right)^2}{b_{n+1}^2}=1$，

解得 $b_{n+1}^2=\frac{m^2\left(m-d_n\right)}{m+d_n}=\frac{a_{n+1}^2\left(a_{n+1}-d_n\right)}{a_{n+1}+d_n}=\frac{a_{n+1}^2b_n}{2a_{n+1}-b_n}$，整理得 $\left(\frac{b_{n+1}}{a_{n+1}}\right)^2=\frac{b_n}{2a_{n+1}-b_n}=\frac{\frac{b_n}{a_n}}{2q-\frac{b_n}{a_n}}$，

此时 $t^2=\frac{t}{2q-t}\Rightarrow 2qt-t^2=1\Rightarrow 2qt=t^2+1\Rightarrow 2qt=q^2\Rightarrow t=\frac{q}{2}$ 代入①式得 $q^2-1=\frac{q^2}{4}$，即 $q=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

于是 $e=\sqrt{\dfrac{{a_{2025}}^2-{b_{2025}}^2}{{a_{2025}}^2}}=\sqrt{1-\dfrac{{b_{2025}}^2}{{a_{2025}}^2}}=\sqrt{1-t^2}=\sqrt{1-\dfrac{q^2}{4}}=\sqrt{1-\dfrac{1}{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分．其中 15 题 13 分，16—17 题各 15 分，18—19 题各 17 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

15．解：（1）当 $a=-1$ 时，$f(x)=-e^{x+1}-\ln(-x)$，

则 $f'(x)=-e^{x+1}-\dfrac{1}{x}, f'(-1)=0, f(-1)=-1$，　　[redacted]3 分

所以曲线 $y=f(x)$ 在点 $(-1,f(-1))$ 处的切线方程为 $y=-1$．　　[redacted]5分

（2）$f'(x)=ae^{x-a}-\dfrac{1}{x}$，由题意 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,0)$，则 $a<0$

若 $f(x)$ 是增函数，则 $f'(x)=ae^{x-a}-\dfrac{1}{x}\geq 0$ 恒成立，即 $xe^x\geq\dfrac{e^a}{a}$，　　[redacted]7 分

设 $g(x)=xe^x\,(x<0)$，则 $g'(x)=(x+1)e^x$，

当 $x\in(-\infty,-1)$ 时，$g'(x)<0$，$g(x)$ 在 $x\in(-\infty,-1)$ 上单调递减，

当 $x\in(-1,0)$ 时，$g'(x)>0$，$g(x)$ 在 $x\in(-1,0)$ 上单调递增，　　[redacted]10 分

所以 $g(x)\geq g(-1)\geq\dfrac{e^a}{a}$，即 $-\dfrac{1}{e}\geq\dfrac{e^a}{a}$，即 $e^a+\dfrac{a}{e}\geq 0$，设 $h(x)=e^x+\dfrac{x}{e}$，易知 $h(x)$ 为增函数，

因为 $h(-1)=0$，所以 $h(a)\geq h(-1)=0$，综上，a 的取值范围是 $[-1,0)$．　　[redacted]13 分

16．解：（1）证明：$\because$ 平面 $AEC\perp$ 平面 CDE 且 $\angle AEC=90^\circ$，

$\therefore AE\perp$ 平面 $CDE, CD\subset$ 平面 $CDE, \therefore AE\perp CD,$　　[redacted]3 分

$\because ABCD$ 为正方形，$\therefore CD\perp AD$

$\because AE\cap AD=A, AD, AE\subset$ 平面 DAE，$\therefore CD\perp$ 平面 DAE，

$\because DE\subset$ 平面 DAE，$\therefore CD\perp DE$　　[redacted]6 分

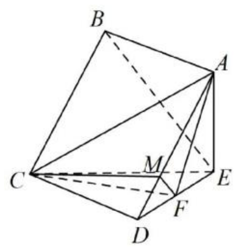
（2）如图，过 F 作 $FM\perp AD$ 于点 M，连接 $CM, CD\perp$ 平面 $DAE, CD\subset$ 平面 $ABCD$，

$\therefore$ 平面 $ABCD\perp$ 平面 DAE．　　[redacted]8 分

又 $\because$ 平面 $ABCD\cap$ 平面 $DAE=AD, FM\perp AD$，

$\therefore FM\perp$ 平面 $ABCD$，$\therefore CM$ 是 FC 在平面 $ABCD$ 上的射影，

$\angle FCM$ 是 FC 与平面 $ABCD$ 所成角．　　[redacted]10 分



由题意，$AD=\sqrt{2}, AE=1, DE=\sqrt{2-1}=1$，

故 ΔADE 为等腰直角三角形，$DF=\dfrac{1}{2}DE=\dfrac{1}{2}, FM=\dfrac{DF}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$，　　[redacted]12 分

又$\because AD=CD=\sqrt{2}$，$\therefore FC=\sqrt{2+\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{3}{2}$，　$\therefore \sin\angle FCM=\frac{FM}{FC}=\frac{\sqrt{2}}{6}$　　[redacted]15 分

17．解：因为P,R,C共线，则存在λ使$\overrightarrow{PR}=\lambda\overrightarrow{PC}$，则$\overrightarrow{AR}-\overrightarrow{AP}=\lambda\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AP}\right)$，

整理得$\overrightarrow{AR}=(1-\lambda)\overrightarrow{AP}+\lambda\overrightarrow{AC}=\frac{1-\lambda}{2}\vec{a}+\lambda\vec{b}$．由$B,R,O$共线，则存在$\mu$使$\overrightarrow{BR}=\mu\overrightarrow{BO}$，

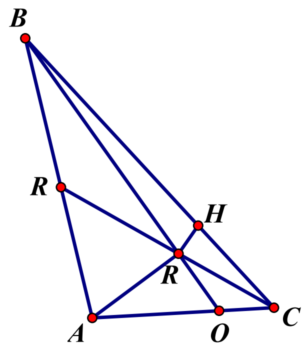
则$\overrightarrow{AR}-\overrightarrow{AB}=\mu\left(\overrightarrow{AO}-\overrightarrow{AB}\right)$，整理得$\overrightarrow{AR}=(1-\mu)\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AO}=(1-\mu)\vec{a}+\frac{2}{3}\mu\vec{b}$．

根据平面向量基本定理，有$\begin{cases}\frac{1-\lambda}{2}=1-\mu\\ \lambda=\frac{2}{3}\mu\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\lambda=\frac{1}{2}\\ \mu=\frac{3}{4}\end{cases}$，则$\overrightarrow{AR}=\frac{1}{4}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}$，$\overrightarrow{BR}=\frac{1}{2}\vec{b}-\frac{3}{4}\vec{a}$　　[redacted]5 分

（1）则$\overrightarrow{AR}\cdot\overrightarrow{BR}=\frac{1}{4}\vec{b}^2-\frac{3}{16}\vec{a}^2-\frac{1}{4}\vec{a}\cdot\vec{b}=-\frac{3}{4}$，$\left|\overrightarrow{AR}\right|=\sqrt{\frac{1}{16}\vec{a}^2+\frac{1}{4}\vec{b}^2+\frac{1}{4}\vec{a}\cdot\vec{b}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\left|\overrightarrow{BR}\right|=\sqrt{\frac{9}{16}\vec{a}^2+\frac{1}{4}\vec{b}^2-\frac{3}{4}\vec{a}\cdot\vec{b}}=\frac{\sqrt{7}}{2}$，则$\cos\left\langle\overrightarrow{AR},\overrightarrow{BR}\right\rangle=\frac{\overrightarrow{AR}\cdot\overrightarrow{BR}}{\left|\overrightarrow{AR}\right|\cdot\left|\overrightarrow{BR}\right|}=-\frac{\sqrt{21}}{7}$．　　[redacted]8 分

（2）如图，$\because\overrightarrow{PR}=\frac{1}{2}\overrightarrow{PC}$，则$\overrightarrow{RC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{PC}=\frac{1}{2}\left(\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{a}\right)$．由$\overrightarrow{CH},\overrightarrow{CB}$共线，



设$\overrightarrow{CH}=k\overrightarrow{CB}=k\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right)=k\left(\vec{a}-\vec{b}\right),k>0$．

又$\because RH\perp BC$，$\therefore\overrightarrow{RH}\cdot\overrightarrow{BC}=0$，即$\left(\overrightarrow{RC}+\overrightarrow{CH}\right)\cdot\overrightarrow{BC}=0$．

则$\left[\left(\frac{1}{2}-k\right)\vec{b}+\left(k-\frac{1}{4}\right)\vec{a}\right]\cdot\left(\vec{b}-\vec{a}\right)=0$　　[redacted]10 分

$\therefore\left(\frac{1}{2}-k\right)\vec{b}^2-\left(k-\frac{1}{4}\right)\vec{a}^2+\left(2k-\frac{3}{4}\right)\vec{a}\cdot\vec{b}=0$

$\therefore -5k+\frac{3}{2}+\left(2k-\frac{3}{4}\right)\vec{a}\cdot\vec{b}=0$　$\therefore -5k+\frac{3}{2}+2\left(2k-\frac{3}{4}\right)\cos\theta=0$　　$\therefore\cos\theta=\frac{5k-\frac{3}{2}}{4k-\frac{3}{2}}$　[redacted]13 分

因为$\theta\in\left[\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]$，则$\cos\theta\in\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$，则$-\frac{1}{2}\le\frac{5k-\frac{3}{2}}{4k-\frac{3}{2}}\le\frac{1}{2}$，$\therefore k\in\left[\frac{1}{4},\frac{9}{28}\right]$，

所以$\frac{\left|\overrightarrow{CH}\right|}{\left|\overrightarrow{CB}\right|}$的取值范围为$\left[\frac{1}{4},\frac{9}{28}\right]$　　[redacted]15 分

18.解：（1）设$P(x_0,y_0)$，由题意得$y_0\ne0$且$x_0\ne\pm1$，$k_{AP}\cdot k_{BP}=\frac{y_0}{x_0+1}\cdot\frac{y_0}{x_0-1}=2$

整理得 $x_0^{\,2}-\dfrac{y_0^{\,2}}{2}=1$，因此曲线 C 的方程为：$x^2-\dfrac{y^2}{2}=1,(y\neq 0)$（或 $x\neq\pm1$）． [redacted]4 分

（2）由题意得 $k_{BN}=-3k_{AM}$，又∵ $k_{AM}\cdot k_{BM}=2$，　∴ $k_{BN}\cdot k_{BM}=-6$．设 $M(x_1,y_1),N(x_2,y_2),y_1y_2\neq 0$，

若直线 MN 的斜率不存在，则 $x_1=x_2,y_1=-y_2$，

$$\therefore k_{BN}\cdot k_{BM}=\frac{y_1y_2}{(x_1-1)(x_2-1)}=\frac{-y_1^{\,2}}{(x_1-1)^2}=\frac{2(1+x_1)}{1-x_1}=-6$$

解得 $x_1=2$，此时直线 $MN:x=2$ 过 $(2,0)$． [redacted]7 分

若直线 MN 的斜率存在，设 $MN:y=kx+m$，与双曲线联立得 $(2-k^2)x^2-2kmx-(m^2+2)=0$．

依题意 $2-k^2\neq 0$ 且 $\Delta=8(m^2-k^2+2)>0$，

由韦达定理得 $x_1+x_2=\dfrac{2km}{2-k^2},x_1x_2=-\dfrac{m^2+2}{2-k^2}$．$y_1y_2=(kx_1+m)(kx_2+m)=\dfrac{2(m^2-k^2)}{2-k^2}$，

$$\therefore k_{BN}\cdot k_{BM}=\frac{y_1y_2}{(x_1-1)(x_2-1)}=-\frac{2(m^2-k^2)}{(m+k)^2}=-2\frac{m-k}{m+k}=-6$$，整理得 $m=-2k$，

此时 $\Delta=8(3k^2+2)>0$ 恒成立，$MN:y=kx-2k$ 过 $(2,0)$． [redacted]11 分

综上所述，直线 MN 过定点 $(2,0)$．

（3）由（2）知 $x_1x_2=-\dfrac{4k^2+2}{2-k^2},y_1y_2=-6(x_1-1)(x_2-1)$．

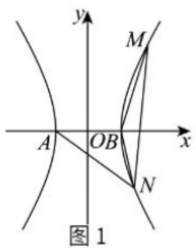


图1

①当 $k^2>2$ 时，$x_1x_2>0,M,N$ 均在 C 的右支，如图 1

此时 $\overrightarrow{BM}\cdot\overrightarrow{BN}=(x_1-1)(x_2-1)+y_1y_2=-5(x_1-1)(x_2-1)<0$，

故 $\angle MBN$ 为钝角． [redacted]14 分

②当 $k^2<2$ 时，$x_1x_2<0,M,N$ 在 C 的两支，如图 2，

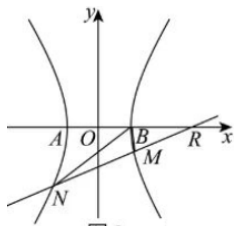


图2

不妨设 M 在 C 的右支，记 $R(2,0)$，

此时 $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MR}=(1-x_1)(2-x_1)+y_1^{\,2}=3x_1^{\,2}-3x_1>0$

故 $\angle BMR$ 为锐角，因此 $\angle BMN$ 为钝角

综上所述，ΔBMN 为钝角三角形． [redacted]17 分

19.解：（1）由题意可知 $\dfrac{1}{2^n}+\dfrac{3}{2^n}+\cdots+\dfrac{2^n-3}{2^n}+\dfrac{2^n-1}{2^n}=\dfrac{1}{2^n}\cdot\dfrac{(1+2^n-1)2^{n-1}}{2}=2^{n-2}$，

其中$\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{2^n}+\frac{3}{2^n}+\cdots+\frac{2^n-3}{2^n}+\frac{2^n-1}{2^n}\right)$含有$1+2+2^2+\cdots+2^{n-1}=\frac{1-2^n}{1-2}=2^n-1$项

则$S_{2^n-1}-S_{2^{n-1}-1}=\frac{1}{2^n}+\frac{3}{2^n}+\cdots+\frac{2^n-3}{2^n}+\frac{2^n-1}{2^n}=2^{n-2}$，$\therefore S_{31}-S_{15}=S_{2^5-1}-S_{2^4-1}=2^{5-2}=8$.[redacted]5 分

（2）设分母为2^k的为第k组，

情形一：a_m,a_{m+1}在不同组，设a_m为第k组最后一个数，则$a_m=\frac{2^k-1}{2^k}$，a_{m+1}为第$k+1$组第一个数，

则$a_{m+1}=\frac{1}{2^{k+1}}$，所以$a_m+a_{m+1}=\frac{2^k-1}{2^k}+\frac{1}{2^{k+1}}=\frac{2^{k+1}-1}{2^{k+1}}=\frac{63}{64}$，

解得$k=5$，即$m=2^5-1=31$.　[redacted]8 分

情形二：a_m,a_{m+1}为第k组第i和第$i+1$个，则$a_m+a_{m+1}=\frac{2i-1+2i+1}{2^k}=\frac{4i}{2^k}=\frac{i}{2^{k-2}}=\frac{63}{64}$，

取$k=8,i=63$，即$m=1+2+4+8+16+32+64+63=190$符合题意，

若$k\le 7$，则$i=63\cdot 2^{k-8}$不为整数，不合题意

若$k\ge 9$，则$m\ge 1+2+4+8+16+32+64+128+1>200$，不合题意

综上所述，$m=31$或190.　[redacted]11 分

（3）因为$S_{2^n-1}-S_{2^{n-1}-1}=\frac{1}{2^n}+\frac{3}{2^n}+\cdots+\frac{2^n-3}{2^n}+\frac{2^n-1}{2^n}=2^{n-2}$　[redacted]13 分

所以$S_{2^{n+1}-1}=S_{2^1-1}+\left(S_{2^2-1}-S_{2^1-1}\right)+\cdots+\left(S_{2^{n+1}-1}-S_{2^n-1}\right)=2^{-1}+2^0+\cdots+2^{n-1}=\frac{1}{2}\left(2^{n+1}-1\right)$[redacted]16 分

因此当$n=2^k-1\left(k\in N^*\right)$，满足$S_n=\frac{n}{2}$，所以存在无数个正整数$n$，使得$S_n=\frac{n}{2}$.　[redacted]17 分