

2026 届高三年级 8 月份联考

数学试题

本试卷共 4 页,19 题。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

注意事项:

1. 答题前,先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。

2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

3. 非选择题的作答:用签字笔直接写在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。

4. 考试结束后,请将本试题卷和答题卡一并上交。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设 A 是由方程 $x^2 = x$ 的所有实数根组成的集合, $B = \{-1, 0, 1\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\{-1, 0, 1\}$ B. $\{-1, 0\}$ C. $\{0, 1\}$ D. $\{1\}$

2. 设复数 z 在复平面内对应的点位于第一象限, 则 $\frac{z}{i}$ 在复平面对应的点位于

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. 已知点 $P(8, 0)$ 关于原点的对称点在抛物线 $C: y^2 = 2px$ 的准线上, 且 $Q(2, n)$ 为 C 上第一象限内一点, 则 $n =$

A. 4 B. 8 C. 2 D. 1

4. 已知函数 $f(x) = \tan(2x + \varphi)$ ($0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的图象关于点 $(\frac{2\pi}{3}, 0)$ 中心对称, 则 $f(0) =$

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. 1 D. $-\sqrt{3}$

5. 平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(3, 2), B(3, 1), C(1, 4)$, 则 $\cos \angle ABC =$

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{6}$
C. $\frac{\sqrt{13}}{13}$ D. $\frac{3\sqrt{13}}{13}$

6. $(x^2 - \frac{1}{x} - 2)^5$ 的展开式中的常数项为

A. 120 B. 88 C. 24 D. 18

7. 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 设甲: $\{a_n\}$ 是等比数列, 乙: $\{S_{n+2} - S_n\}$ 是等比数列, 则

A. 甲是乙的充分不必要条件 B. 甲是乙的必要不充分条件
C. 甲是乙的充要条件 D. 甲是乙的既不充分也不必要条件

8. 记椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 其上存在两点 M, N 构成的

四边形 MF_1NF_2 满足 $\angle MF_1N + \angle MF_2N = \pi$, 则 E 离心率的最小值为

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$
C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

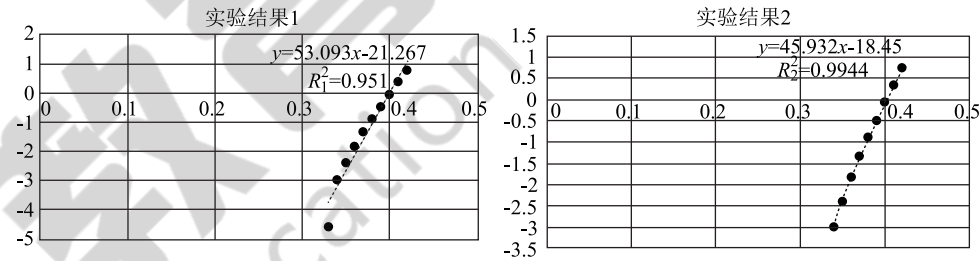
锦宏教育客服微信: 18117901643

二、选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分。

9. 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 E, F 分别为棱 B_1C_1, CD 的中点, 则下列命题为假命题的有

A. $EF \parallel$ 平面 ABB_1A_1 B. $A_1E \perp$ 平面 BB_1F
C. 点 D_1 在平面 BEF 内 D. $AE \perp BD$

10. 为更好地促进同学们的动手能力, 某学校拟开展物理实验周活动, 组织同学们到实验室中开展物理实验。在某个实验中, 某同学利用自己测量得出的实验数据 (已知其中含 1 个异常样本点), 利用最小二乘法进行计算得出了经验回归方程及决定系数 R_1^2 。并利用计算机处理得到了以下的实验结果 1, 实验结果 2 为删除该异常样本点后利用最小二乘法进行计算得到的经验回归方程及决定系数 R_2^2 , 则



A. 可认为该实验中的自变量与因变量符合线性回归模型
B. 推测实验结果 1 中的异常样本点的自变量的值可能为 0.33
C. 由于 $R_1^2 < R_2^2$, 则实验结果 1 相较于实验结果 2 拟合更好
D. 实验结果 1 的因变量的平均值大于实验结果 2 的因变量的平均值

11. 在 $\triangle ABC$ 中, $BC = \sqrt{2}$, $\tan C = 3$, $\sin A \cos B = \frac{\sqrt{10}}{10}$, 则

A. $\cos A \sin B = \frac{\sqrt{10}}{5}$ B. $AC > 2\sqrt{2}$
C. $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{6}{5}$ D. $3A + 2C < 5B$

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分。

12. 已知直线 $x = -1$ 与圆 $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = a + 5$ 有唯一交点, 则 $a =$ _____.

13. 已知函数 $f(x) = \cos(\frac{\pi}{2} - x) - \frac{2}{x} + 3$, 若 $f(m) = 4$, 则 $f(-m) =$ _____.

14. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 3AC = 3$, $BC = 2\sqrt{2}$, 设点 D 为线段 AB 上一点 (不含端点), 将 $\triangle ACD$ 沿 CD 折起, 得到四面体 $A'BCD$, 则此四面体体积的最大值为 _____.

四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分。解答应写出必要的文字说明, 证明过程或演算步骤。

15. (本小题满分 13 分)

某超市为促销举办抽奖活动, 设有两种奖券: 甲奖券和乙奖券。顾客每次抽取甲奖券中奖的概率为 0.4, 每次抽取乙奖券中奖的概率为 0.5, 每次抽奖结果相互独立。某顾客计划先抽取 2 张甲奖券, 再抽取 1 张乙奖券。

(1) 求该顾客至少中奖 1 次的概率;
(2) 设该顾客中奖的总次数为 X , 求 X 的分布列和数学期望。

16. (本小题满分 15 分)

已知函数 $f(x) = x^2 + 3x$, $f(n)$ 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

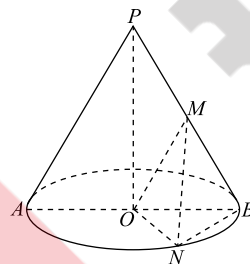
(2) 记数列 $\{\frac{1}{a_n f'(2n)}\}$ 的前 n 项和为 T_n , 证明: $T_n < \frac{2}{7}$.

17. (本小题满分 15 分)

如图, 圆锥的顶点为 P , AB 为底面圆直径, O 为 AB 中点, M 为母线 PB 的中点, 点 N 在底面圆周上, 且 $MN \perp AB$.

(1) 证明: $\triangle OBN$ 是等边三角形;

(2) 若 $AB = 4$, 直线 AB 与平面 OMN 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{66}}{11}$, 求点 P 到底面的距离.



18. (本小题满分 17 分)

记双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 其上一点 $A(3, 2)$ 满足 $|F_1 A| - |F_2 A| = 2$.

(1) 求 E 的渐近线方程;

(2) 记 E 的右顶点为 B , 射线 BA 上两点 P, Q 满足 $|BP| + |BQ| = 4\sqrt{2}$.

(i) 若点 P 的横坐标为 m , 求点 Q 的坐标(用 m 表示);

(ii) 已知点 M 在圆 $x^2 + (y + a)^2 = a^2$ 上, 若 $\triangle F_1 P F_2$ 的面积为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$, 求 $|MQ|$ 的取值范围.

19. (本小题满分 17 分)

设函数 $f(x) = \sin^3 x - a \sin x$.

(1) 当 $a = 3$ 时, 讨论 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 已知 $-2 \leq f(x) \leq a$.

(i) 求 a 的取值范围;

(ii) 证明: $x f(x) \leq 2a^2 x^2$.