

绝密★启用前

天一 & 云数(金榜智胜)大联考
2025—2026 学年高三年级第一次监测

数 学

考生注意:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上,并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 某校高三年级有 1 200 名学生,其中男生有 660 人,现按男女生人数比例采用分层随机抽样的方法抽取一个容量为 40 的样本,则男生应抽取的人数是
A. 22 B. 18 C. 16 D. 14
2. 复数 $\frac{1-2i}{i}$ 的虚部为
A. i B. -i C. -2 D. -1
3. 已知集合 $A = \{2, 3, a^2 - 1\}$, $B = \{2, a + 1\}$,若 $A \cap B = B$,则实数 a 的值为
A. 1 B. 0 C. -1 D. 2
4. 已知 $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{4}$,则 $\sin 2\alpha =$
A. $-\frac{3}{4}$ B. $-\frac{7}{8}$ C. $\frac{\sqrt{7}}{4}$ D. $\frac{7}{8}$
5. 不等式组 $\begin{cases} \frac{x-2}{x-3} \leq 0, \\ e^x > 4 \end{cases}$ 的解集为
A. $(2\ln 2, 3)$ B. $[2, 3]$ C. $[2, 3)$ D. $[2, 4\ln 2)$

6. 某会场的座位呈扇形分布,第一排有 15 个座位,从第二排起,每一排都比前一排多 2 个座位,已知该会场能容纳一个 700 人的代表团,则该会场的座位至少有

- A. 20 排 B. 21 排 C. 22 排 D. 23 排

7. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ,点 P 为 C 上一点, $\angle F_1PF_2$ 的平分线交 x 轴于点 A ,若 $|PF_1| = 3|AF_1|$,则 C 的离心率为

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

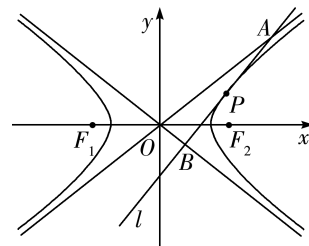
8. 在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,若 $a^2 = \frac{c^2 - b^2}{2}$,则角 A 的最大值为

- A. $\frac{2\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{6}$

二、多项选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求,全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

9. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,则下列结论正确的是
A. 若 $S_n = n^2 + 2n + 1$,则 $\{a_n\}$ 是等差数列
B. 若 $S_n = na_1$,则 $\{a_n\}$ 是等比数列
C. 若 $\{a_n\}$ 是等差数列,则 $S_{2\,025} = 2\,025a_{1\,013}$
D. 若 $\{a_n\}$ 是等比数列,且 $S_n = \lambda \cdot 2^n + \mu$ (λ, μ 为常数),则 $\lambda + \mu = 0$
10. 已知函数 $f(x) = x - \frac{1}{x} - 4\ln x$,则下列结论正确的是
A. $f(x)$ 有三个单调区间
B. $f(x)$ 在定义域内没有最值
C. 若 $f(x)$ 有三个零点 $a, b, c (a < b < c)$,且有两个极值点 $m, n (m < n)$,则 m, b, n 成等差数列
D. 若 $f(x)$ 有三个零点 $a, b, c (a < b < c)$,且有两个极值点 $m, n (m < n)$,则 m, b, n 成等比数列

11. 我们把双曲线过焦点的弦称为焦点弦,垂直于双曲线的实轴的焦点弦称为通径. 在如图所示的平面直角坐标系 xOy 中,双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0, \text{且 } b \text{ 为常数})$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 通径长为 $2b^2$, P 为 C 的右支上任意一点,作 C 在点 P 处的切线 l , l 分别交两渐近线于点 A, B , 则



- A. C 的离心率 $e = \sqrt{b^2 + 1}$
 B. 线段 AB 长度的最小值是 $2b^2$
 C. P 一定是线段 AB 的中点
 D. $\triangle AOB$ 的面积是定值

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

12. 已知非零向量 a, b 满足 $|a| = |b| = \frac{\sqrt{2}}{2}|a+b|$, 则 a 与 b 的夹角大小为_____.
13. 若函数 $f(x) = ax^3 + 3x^2 - x + 2$ 有两个正极大值点, 则实数 a 的取值范围为_____.
14. 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $\angle ACB = \frac{\pi}{3}$, 点 D, E 分别是棱 BB_1 和棱 CC_1 上的点, 且 $\triangle ADE$ 为等边三角形, 若二面角 $A - DE - C$ 的平面角为 α , $\angle AEC = \beta$, 则 $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} =$ _____.

四、解答题:本题共 5 小题,共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分)

已知函数 $f(x) = 2\sqrt{3}\sin x \cos x + (\cos x + \sin x)(\cos x - \sin x)$.

- (1) 求 $f(x)$ 图象的对称轴方程;
 (2) 若 $\exists x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, 使得 $f(x) - 2t = 0$ 成立, 求实数 t 的取值范围.

16. (15 分)

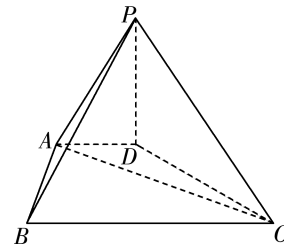
已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 仅经过 $A_1(2, 2\sqrt{2}), A_2(3, \sqrt{6}), A_3(3, -\sqrt{6})$ 中的一点.

- (1) 求 C 的方程;
 (2) 过 C 的焦点 F 作两条互相垂直的直线, 分别交 C 于点 E, H 和点 M, N , 设线段 EH, MN 的中点分别为 P, Q , 求证: 直线 PQ 过定点.

17. (15 分)

如图, 在四棱锥 $P - ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle ABC = 90^\circ$, $PB \perp AC$, 且 $PC = BC = \sqrt{3}AB = 3AD = 3$.

- (1) 求证: $AC \perp PD$;
 (2) 若 $PD = \sqrt{2}$, 求平面 PBC 与平面 $ABCD$ 所成角的余弦值.



18. (17 分)

已知函数 $f(x) = x \ln x$.

- (1) 若关于 x 的方程 $f(x) = \lambda x^3 - x^2 (\lambda > 0)$ 有唯一的实数根, 求实数 λ 的值;
 (2) 若当 $x \in [1, +\infty)$ 时, 关于 x 的不等式 $f(x) \leq \frac{ax^2 - a}{2}$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

19. (17 分)

为纪念中国人民抗日战争暨世界反法西斯战争胜利 80 周年, 某校组织相关知识的答题竞赛, 每名参赛选手都赋予 5 分的初始积分, 每答对一题加 1 分, 每答错一题减 1 分. 已知小明每道题答对的概率为 $\frac{2}{3}$, 答错的概率为 $\frac{1}{3}$, 且每道题答对与否互不影响.

- (1) 求小明答 4 道题后积分小于 5 的概率.
 (2) 设小明答 5 道题后积分为 X , 求 $E(X)$.
 (3) 若小明一直答题, 直到积分为 0 或 10 时停止, 记小明的积分为 $i (i = 0, 1, 2, \dots, 10)$ 时最终积分为 10 的概率为 P_i , 则 $P_0 = 0, P_{10} = 1$.
 (i) 证明: $\{P_{i+1} - P_i\} (i = 0, 1, 2, \dots, 9)$ 为等比数列;
 (ii) 求 P_5 的值.