树德中学高 2023 级高三上学期 10 月阶段性测试数学试题

本卷满分 150 分，考试时间 120 分钟

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知集合 $A=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 5\}$，集合 $B=\{x\mid x^2-4x\leqslant 0\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A．$(0,4)$　　B．$[0,4]$　　C．$(0,5)$　　D．$[0,5]$

2．若复数 z 满足 $i\cdot z=2+i$，则 z 的虚部为（　　）

A．$-2i$　　B．$2i$　　C．-2　　D．2

3．已知圆柱的底面半径和球的半径相等，圆柱的高与球的半径相等，则圆柱与球的表面积之比为（　　）

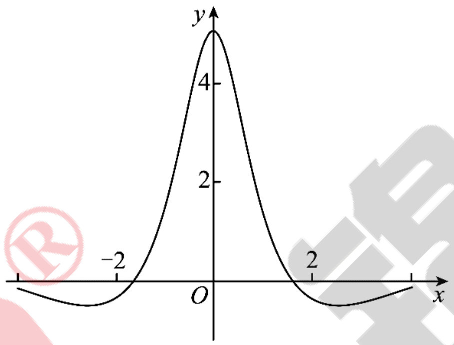
A．1:2　　B．1:1　　C．3:4　　D．2:3

4．设直线 l 的方程为 $x-\sin\alpha\cdot y+2=0$，圆 C 的方程为 $x^2+y^2-2x-15=0$，则直线 l 与圆 C 的位置关系为（　　）

A．相交　　B．相切

C．相离　　D．无法确定

5．函数 $f(x)$ 的图象如图所示，则 $f(x)$ 的解析式可能为（　　）



A．$f(x)=\dfrac{5(e^x-e^{-x})}{x^2+2}$　　B．$f(x)=\dfrac{5\sin x}{x^2+1}$

C．$f(x)=\dfrac{5(e^x+e^{-x})}{x^2+2}$　　D．$f(x)=\dfrac{5\cos x}{x^2+1}$

6．在 $(x+y)(2x-y)^5$ 的展开式中，x^3y^3 的系数是（　　）

A．-40　　B．40　　C．-80　　D．80

7．已知 $a>2,b>2$，$\dfrac{2a+3}{a-2}=e^a,\dfrac{2b+3}{b-2}=\ln b$，则下列说法正确的是（　　）

A．$2^a>2^b$　　B．$b\ln 2<2\ln b$　　C．$a+b>9$　　D．$(a-2)2^{a-1}>\ln b+\dfrac{3}{2}$

8．某校的教学楼每层楼有 13 级台阶，一名教师从一楼到二楼，每次可以选择跨 1 级、2 级、3 级台阶，但固定最后一步不能跨 3 级台阶（避免台阶过高摔倒），那么该教师一共有（　　）种不同的走法．

A．1049　　B．1144　　C．1431　　D．1705

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有错选的得 0 分．

9．已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x$，则（　　）

A．$f(x)=f(x-\pi)$

B．若 $f(x)=2$，则 $x=\dfrac{\pi}{3}+2k\pi(k\in Z)$

C．$f(x)$ 在 $\left(0,\dfrac{\pi}{3}\right)$ 上单调递增

D．$f(x)$ 的图象可由曲线 $y=2\cos 2x$ 向右平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位得到

10．抛掷一枚质地均匀的骰子 1 次（骰子的六个面分别标注的点数为 1，2，3，4，5，6），记试验的样本空间 $\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$，事件 $A=\{1,2\}$，事件 $B=\{2,3,4\}$，则（　　）

A．事件 A 与 B 是互斥事件　　B．事件 $A\bar{B}$ 与 B 是相互独立事件

C．$P(A\cap B|A\cup B)=\dfrac{1}{4}$　　D．$P(\bar{A}B)+P(A\bar{B})=\dfrac{1}{2}$

11．已知函数 $f(x)=\dfrac{\cos\pi x\cdot\sin\frac{3\pi}{2}x}{e^{x-2}+e^{-x}}$，则下列说法正确的是（　　）

A．$f(x)$ 的最大值为 $\dfrac{e}{2}$

B．曲线 $y=f(x)$ 关于 $x=1$ 对称

C．方程 $f(x)=\cos\pi x\cdot\sin 3\pi x$ 在 $[0,1]$ 上有 3 个不相等的实数解

D．存在 $a\in N^*$，使得不等式 $f(x)\leq\dfrac{e}{(x-1)^2+a}$ 成立

三、填空题：本小题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分．

12．双曲线 $\dfrac{y^2}{3}-x^2=1$ 的渐近线与抛物线 $y^2=4x$ 的准线围成的封闭图形面积为________．

13．在△ABC 中，AB=2，AC=1，∠BAC=60°，D 为 BC 的中点，$\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AE}$，$AD$ 与 BE 相交于点 F，则 $\tan\angle DFE=$________．

14．已知 $a,b\in R^+$，且 $a^2-b^2\leq 2b+1$，若不等式 $b^2+ab-mb\geq ma-1$ 恒成立．则当实数 m 取得最大值时，a 的值为________．

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

15．（本小题满分 13 分）等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_2=16,S_3=56$，且数列 $\{a_n\}$ 单调递增．

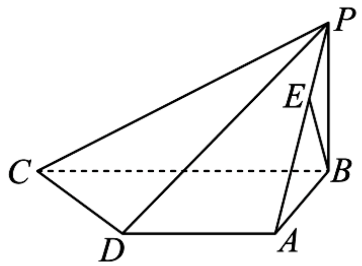
（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）设 $b_n=\log_2 a_n$，求数列 $\left\{\dfrac{1}{b_n\cdot b_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和 T_n．

16．（本小题满分 15 分）如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PB\perp$ 平面 $ABCD$，底面 $ABCD$ 为直角梯形，$AD//BC$，$AB\perp BC$，$PB=AB=AD=2$，$BC=4$，点 E 在棱 PA 上.

（1）若 E 为 PA 的中点，证明：$BE\perp PD$；

（2）若直线 BE 与平面 PCD 所成角的正弦值为 $\frac{7\sqrt{60}}{60}$，求 $\frac{AE}{PE}$ 的值.



17．（本小题满分 15 分）2025 年 10 月 1 日，某商场为了迎接促销，决定在商场内举办抽奖活动，盒子内有编号 1—5 的大小相同、质地均匀的 5 个小球．小球上的编号对应着获奖等级：一等奖、二等奖、三等奖、四等奖、五等奖（安慰奖）．规则如下：某顾客可以连续抽奖 2 次，每次抽奖完成后将小球放回盒子，且每次抽奖的结果互不影响．

（1）若某顾客第 1 次未抽到一等奖，求该顾客在第 2 次抽到一等奖的概率；

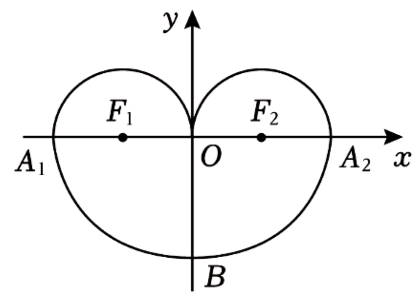
（2）记某顾客第 k 次抽到的奖品等级为 $X_k\left(k=1,2\right)$，若用 $Y=\left|X_1-X_2\right|$ 表示“2 次抽到奖品的等级差”，求 Y 的分布列与数学期望．

18．（本小题满分 17 分）如图所示，由半椭圆 $C_1:\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(y\le 0\right)$ 和两个半圆 $C_2:(x+2)^2+y^2=4\left(y\ge 0\right)$、$C_3:(x-2)^2+y^2=4\left(y\ge 0\right)$ 组成曲线 C：$F\left(x,y\right)=0$，其中点 A_1,A_2 依次为 C_1 的左、右顶点，点 B 为 C_1 的下顶点，点 F_1,F_2 依次为 C_1 的左、右焦点.若点 F_1,F_2 分别为曲线 C_2,C_3 的圆心.

（1）求 C_1 的方程；

（2）点 C 和点 D 分别在曲线 C_1 和曲线 C_2 上，求出线段 CD 的最大值；

（3）若过点 F_1，F_2 作两条平行线 l_1，l_2，分别与 C_1，C_2 和 C_1，C_3 交于点 M，N 和点 P，Q，求 $\left|MN\right|+\left|PQ\right|$ 的最小值.



19．（本小题满分 17 分）已知函数 $f\left(x\right)=e^x-ax^2\left(a\in R\right)$.

（1）当 $a=1$ 时，判断函数 $f\left(x\right)$ 的单调性；

（2）已知函数 $f\left(x\right)$ 有两个正零点 x_1,x_2，且 $x_1<x_2$.

（i）求证：$x_1+x_2>4$；

（ii）当 $x>0$ 时，不等式 $\left(3e^{2x}-be^x+c\right)\cdot f\left(x\right)\ge 0$ 恒成立，求证：$b>24a$.