

南充市高 2026 届高考适应性考试一诊

数学评分细则

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	C	A	B	D	A	A

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分. 在每个小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对得 6 分，部分选对得部分分，有错选的得 0 分.

题号	9	10	11
答案	AC	ABD	ABD

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. -1 13. 24 14. 4

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. 解：(1) 设 $\triangle ABC$ 外接圆半径为 R , 由正弦定理得:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

$$\text{即: } \sin A = \frac{a}{2R}, \sin B = \frac{b}{2R}, \sin C = \frac{c}{2R} \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore \sin^2 A + \sin^2 B - \sin^2 C = \sin A \sin B$$

$$\therefore \left(\frac{a}{2R}\right)^2 + \left(\frac{b}{2R}\right)^2 - \left(\frac{c}{2R}\right)^2 = \frac{ab}{(2R)^2}$$

$$\text{即: } a^2 + b^2 - c^2 = ab \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

在 $\triangle ABC$ 中, 由余弦定理得:

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{1}{2} \quad \text{又 } C \in (0, \pi) \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore C = \frac{\pi}{3}.$$

$$(2) \quad \because \sin B = \sqrt{2} \cos C = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{又 } C = \frac{\pi}{3}$$

$$\therefore B \in \left(0, \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\therefore B = \frac{\pi}{4} \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\therefore \sin A = \sin(\pi - A - B) = \sin(A + B)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4} \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

在 $\triangle ABC$ 中, 由正弦定理得:

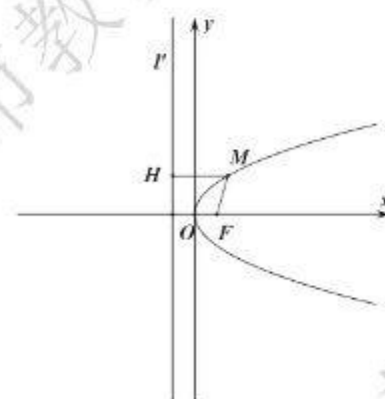
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\therefore \frac{a+b+c}{\sin A + \sin B + \sin C} = \frac{c}{\sin C} = 4$$

$$\therefore a+b+c = 4(\sin A + \sin B + \sin C) = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + \sqrt{6} \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的周长为 } 3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + \sqrt{6}. \quad \dots\dots\dots 13 \text{ 分}$$

16.解: (1)如图: 设抛物线 C 的焦点坐标为 F, 准线方程为: $l': x = -\frac{p}{2}$.



$\therefore$ 抛物线 C: $y^2 = 2px (p > 0)$ 上一点 $M\left(\frac{3}{4}, y_0\right)$ 到焦点的距离为 1.

过点 M 作 $MH \perp l'$ 于点 H.

由抛物线的定义知: $MF = MH$

$$\therefore \frac{p}{2} + \frac{3}{4} = 1 \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore p = \frac{1}{2} \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{抛物线 C 的方程为: } y^2 = x \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(2)方法一: 当直线 l 斜率不存在时, $\triangle AOB$ 的面积为 $2\sqrt{2}$, 不满足题意 $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

当直线 l 斜率存在时, 设直线 $l: y = kx - 2k$ (显然 $k \neq 0$), $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$

$$\text{由 } \begin{cases} y^2 = x \\ y = kx - 2k \end{cases} \text{ 得: } ky^2 - y - 2k = 0 \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\Delta = 1 + 8k^2 > 0 \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\therefore y_1 + y_2 = \frac{1}{k}, y_1 y_2 = -2 \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\therefore |AB| = \sqrt{1 + \frac{1}{k^2}} \sqrt{(y_1 + y_2)^2 - 4y_1 y_2} = \sqrt{\frac{1+k^2}{k^2}} \sqrt{\frac{1}{k^2} + 8}$$

$$\text{点 O 到 AB 的距离 } d = \frac{|2k|}{\sqrt{1+k^2}} \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

$$\therefore \triangle AOB \text{ 的面积为: } \frac{1}{2} |AB| \cdot d = \sqrt{\frac{1}{k^2} + 8} \quad \dots\dots\dots 13 \text{ 分}$$

$\therefore \triangle AOB$ 的面积为 4

$$\therefore \sqrt{\frac{1}{k^2} + 8} = 4 \quad \text{解得: } k = \pm \frac{\sqrt{2}}{4} \quad \dots\dots\dots 14 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{直线 l 的方程为: } x + 2\sqrt{2}y - 2 = 0 \text{ 或 } x - 2\sqrt{2}y - 2 = 0 \quad \dots\dots\dots 15 \text{ 分}$$

方法二：设直线 $l: x = ty + 2$

由 $\begin{cases} y^2 = x \\ x = ty + 2 \end{cases}$ 得： $y^2 - ty - 2 = 0$ 8 分

$\begin{cases} \Delta = t^2 + 8 > 0 \\ y_1 + y_2 = t \\ y_1 \cdot y_2 = -2 \end{cases}$ 10 分

$\therefore \triangle AOB$ 的面积为 4

$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} |OP| \cdot |y_1 - y_2| = \sqrt{(y_1 + y_2)^2 - 4y_1 \cdot y_2} = 4$ 12 分

$\therefore \sqrt{t^2 + 8} = 4$ 解得： $t = \pm 2\sqrt{2}$ 14 分

$\therefore$ 直线 l 的方程为： $x + 2\sqrt{2}y - 2 = 0$ 或 $x - 2\sqrt{2}y - 2 = 0$ 15 分

17. 解：(1) 证明： $\therefore \overrightarrow{DE} = \lambda \overrightarrow{AP}$

$\therefore DE \parallel AP$ 又 $DE \not\subset$ 平面 PAB , $AP \subset$ 平面 PAB
 $\therefore DE \parallel$ 平面 PAB 2 分

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是正方形

$\therefore CD \parallel AB$ 又 $CD \not\subset$ 平面 PAB , $AB \subset$ 平面 PAB
 $\therefore CD \parallel$ 平面 PAB 4 分

又 $CD \cap DE = D$

$\therefore$ 平面 $EDC \parallel$ 平面 PAB 又 $CE \subset$ 平面 EDC
 $\therefore CE \parallel$ 平面 PAB 6 分

(2) 由 $PA \perp$ 底面 $ABCD$, 四边形 $ABCD$ 为正方形, 则可以点 A 为坐标原点, 分别以 AB, AD, AP 方向为 x, y, z 轴方向建立空间直角坐标系.7 分

又 $AB = AP = 2, \lambda = \frac{1}{2}$ 8 分

则： $B(2, 0, 0), P(0, 0, 2), C(2, 2, 0), E(0, 2, 1)$ 9 分

$\therefore \overrightarrow{BP} = (-2, 0, 2), \overrightarrow{PC} = (2, 2, -2), \overrightarrow{EC} = (2, 0, -1)$ 9 分

设平面 BPC 的法向量为 $\overrightarrow{n_1} = (x_1, y_1, z_1)$.

由 $\begin{cases} \overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{n_1} = 0 \\ \overrightarrow{PC} \cdot \overrightarrow{n_1} = 0 \end{cases}$ 得： $\begin{cases} -2x_1 + 2z_1 = 0 \\ 2x_1 + 2y_1 - 2z_1 = 0 \end{cases}$

令 $x_1 = 1$, 则 $y_1 = 0, z_1 = 1$

$\therefore \overrightarrow{n_1} = (1, 0, 1)$ 11 分

设平面 PCE 的法向量为 $\overrightarrow{n_2} = (x_2, y_2, z_2)$.

$$\text{由 } \begin{cases} \overrightarrow{EC} \cdot \vec{n}_2 = 0 \\ \overrightarrow{PC} \cdot \vec{n}_2 = 0 \end{cases} \text{ 得: } \begin{cases} 2x_2 - z_2 = 0 \\ 2x_2 + 2y_2 - 2z_2 = 0 \end{cases}$$

令 $x_2 = 1$, 则 $y_2 = 1$, $z_2 = 2$

$$\therefore \vec{n}_2 = (1, 1, 2) \dots\dots\dots 13 \text{ 分}$$

$$\therefore \cos \langle \vec{n}_1, \vec{n}_2 \rangle = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{\sqrt{3}}{2} \dots\dots\dots 14 \text{ 分}$$

又二面角 $B-PC-E$ 的平面角为钝角

$$\text{故二面角 } B-PC-E \text{ 所成角的余弦值为 } -\frac{\sqrt{3}}{2} \dots\dots\dots 15 \text{ 分}$$

18.解: (1) 设第 i 次按时归还为事件 A_i , 由题意可知: $A_2 = A_1 A_2 + \overline{A_1} A_2$ ($\overline{A_1}$ 是 A_1 的对立事件)

由全概率公式得:

$$\begin{aligned} P_2 &= P(A_2) = P(A_1)P(A_2 | A_1) + P(\overline{A_1})P(A_2 | \overline{A_1}) \\ &= \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} + \left(1 - \frac{3}{4}\right) \times \frac{2}{3} = \frac{19}{24} \dots\dots\dots 2 \text{ 分} \end{aligned}$$

同理 $P_3 = P(A_3) = P(A_2)P(A_3 | A_2) + P(\overline{A_2})P(A_3 | \overline{A_2})$

$$= \frac{19}{24} \times \frac{5}{6} + \left(1 - \frac{19}{24}\right) \times \frac{2}{3} = \frac{115}{144} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{故 } P_2 = \frac{19}{24}, P_3 = \frac{115}{144}.$$

(2) 第 n 次归还取决于第 $n-1$ 次的情况, 且 $A_n = A_{n-1} A_n + \overline{A_{n-1}} A_n$.

由全概率公式得: $P(A_n) = P(A_{n-1})P(A_n | A_{n-1}) + P(\overline{A_{n-1}})P(A_n | \overline{A_{n-1}})$

$$\therefore P_n = \frac{5}{6} P_{n-1} + \frac{2}{3} (1 - P_{n-1})$$

$$\therefore P_n = \frac{1}{6} P_{n-1} + \frac{2}{3} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\text{设 } P_n + \lambda = \frac{1}{6} (P_{n-1} + \lambda) \quad \text{则 } P_n = \frac{1}{6} P_{n-1} - \frac{5}{6} \lambda$$

$$\therefore -\frac{5}{6} \lambda = \frac{2}{3}$$

$$\text{解得: } \lambda = -\frac{4}{5}$$

$$\therefore P_n - \frac{4}{5} = \frac{1}{6} \left(P_{n-1} - \frac{4}{5} \right)$$

$$\text{又 } P_1 - \frac{4}{5} = -\frac{1}{20} \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

∴ 数列 $\left\{P_n - \frac{4}{5}\right\}$ 为首项为 $-\frac{1}{20}$, 公比为 $\frac{1}{6}$ 的等比数列.

$$\therefore P_n - \frac{4}{5} = -\frac{1}{20} \left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}$$

$$\therefore P_n = \frac{4}{5} - \frac{1}{20} \left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}$$

.....10 分

(说明: 通项公式也可以写为: $P_n = \frac{4}{5} - \frac{3}{10} \cdot \frac{1}{6^n}$ 不扣分.)

(3) 设随机变量 $Y_n = \begin{cases} 1, & \text{第 } n \text{ 次按时归还} \\ 0, & \text{第 } n \text{ 次未按时归还.} \end{cases}$

$$\therefore X_n = \sum_{i=1}^n Y_i$$

.....13 分

$$E(Y_i) = 1 \times P(Y_i) + 0 \times (1 - P(Y_i)) = P(Y_i) = P_i$$

.....15 分

$$\therefore E(X_n) = E\left(\sum_{i=1}^n Y_i\right) = \sum_{i=1}^n (E(Y_i)) = \frac{4}{5}n - \frac{\frac{1}{20} - \frac{1}{20} \left(\frac{1}{6}\right)^n}{1 - \frac{1}{6}}$$

$$= \frac{4}{5}n + \frac{3}{50} \left(\frac{1}{6}\right)^n - \frac{3}{50}$$

.....17 分

(说明: $E(X_n) = \frac{4}{5}n + \frac{1}{100} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{n-1} - \frac{3}{50}$ 不扣分)

19. 解: (1) $\because f(x) = \ln(1+ax) - \frac{2x}{x+2} (a > 0)$

当 $a = \frac{1}{2}$ 时, $f(x) = \ln(1 + \frac{1}{2}x) - \frac{2x}{x+2}$, 此时 $f(x)$ 定义域为 $(-2, +\infty)$

$$\therefore f'(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}x} \times \frac{1}{2} - \frac{2(x+2) - 2x}{(x+2)^2} = \frac{x-2}{(x+2)^2}$$

.....2 分

∴ 当 $x \in (-2, 2)$ 时, $\therefore f'(x) < 0, f(x)$ 单调递减;

当 $x \in (2, +\infty)$ 时, $\therefore f'(x) > 0, f(x)$ 单调递增.

.....4 分

∴ $f(x)$ 的极小值为 $f(2) = \ln 2 - 1$, 无极大值

(说明: 没有写无极大值不扣分)

.....5 分

(2) $\because f(x) = \ln(1+ax) - \frac{2x}{x+2} (a > 0)$

$$\therefore f'(x) = \frac{a}{1+ax} - \frac{4}{(x+2)^2} = \frac{ax^2 + 4a - 4}{(1+ax)(x+2)^2}$$

.....6 分

又 $x > 0, a > 0$ 则 $(1+ax)(x+2)^2 > 0$

① 当 $a \geq 1$ 时, $ax^2 + 4a - 4 > 0$ 7 分

$\therefore$ 当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $f'(x) > 0$, $f(x)$ 单调递增.

② 当 $0 < a < 1$ 时,

$$f'(x) = \frac{a(x + \frac{2\sqrt{a-a^2}}{a})(x - \frac{2\sqrt{a-a^2}}{a})}{(1+ax)(x+2)^2}$$

$\therefore$ 当 $x \in \left(0, \frac{2\sqrt{a-a^2}}{a}\right)$ 时, $f'(x) < 0$, $f(x)$ 单调递减;

当 $x \in \left(\frac{2\sqrt{a-a^2}}{a}, +\infty\right)$ 时, $f'(x) > 0$, $f(x)$ 单调递增;9 分

综上所述: 当 $0 < a < 1$ 时: $f(x)$ 的单调递减区间为 $\left(0, \frac{2\sqrt{a-a^2}}{a}\right)$;

$f(x)$ 的单调递增区间为 $\left(\frac{2\sqrt{a-a^2}}{a}, +\infty\right)$.

当 $a \geq 1$ 时: $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 单调递增.10 分

(3) 由 (2) 知: 当 $a = 1$ 时, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 单调递增, 故 $x > 0$ 时, $f(x) > f(0) = 0$

即: $\ln(1+x) > \frac{2x}{x+2} (x > 0)$ 13 分

$$\text{令 } x = \frac{1}{2^n + 1} \text{ 得: } \ln\left(1 + \frac{1}{2^n + 1}\right) > \frac{2 \cdot \frac{1}{2^n + 1}}{\frac{1}{2^n + 1} + 2}$$

即: $\ln \frac{2(2^{n-1} + 1)}{2^n + 1} > \frac{2}{2^{n+1} + 3}$ 15 分

$$\therefore \frac{2}{2^2 + 3} + \frac{2}{2^3 + 3} + \dots + \frac{2}{2^{n+1} + 3} \leq \frac{2}{2^2 + 3} + \ln \frac{2(2+1)}{2^2 + 1} + \ln \frac{2(2^2 + 1)}{2^3 + 1} + \dots + \ln \frac{2(2^{n-1} + 1)}{2^n + 1}$$

$$= \frac{2}{7} + \ln\left(\frac{2(2+1)}{2^2 + 1} \times \frac{2(2^2 + 1)}{2^3 + 1} \times \frac{2(2^3 + 1)}{2^4 + 1} \times \dots \times \frac{2(2^{n-1} + 1)}{2^n + 1}\right)$$

$$= \frac{2}{7} + \ln \frac{3 \times 2^{n-1}}{2^n + 1} \dots\dots\dots 17 \text{ 分}$$