

达州市普通高中 2026 届第一次诊断性测试

数学试题

(本试卷满分 150 分, 考试时间 120 分钟)

注意事项:

1. 答题前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号. 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷无效.
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 集合 $A = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$, $B = \{x | 0 \leq x - 1 \leq 2\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$ B. $\{0, 1, 2, 3\}$
C. $\{1, 2, 3\}$ D. $\{-1, 0, 1\}$
2. 复数 $z = \frac{2i}{1-i}$, 则 $|z| =$
A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2
3. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线与直线 $bx + ay + a = 0$ 垂直, 则其离心率为
A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{5}$
4. 向量 a, b 满足 $|b| = 1$, $a \cdot b = 1$, $(a + 2b) \cdot (a - 2b) = 0$, 则 $|a - b| =$
A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\sqrt{3}$
5. 将函数 $f(x) = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位后得到函数 $g(x)$ 的图象, 则 $g(x)$ 图象的一条对称轴为
A. $x = \frac{5\pi}{24}$ B. $x = \frac{7\pi}{24}$ C. $x = \frac{\pi}{3}$ D. $x = \frac{\pi}{6}$
6. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(2-x) = -f(x)$, 当 $x > 1$ 时, $f(x) = \frac{e^x}{x-1}$, 则当 $x < 1$ 时, $f(x)$ 的极大值是
A. $-e$ B. $-\frac{1}{e}$ C. $-e^2$ D. $-\frac{1}{e^2}$

7. 已知 $P(AB) > 0$, $P(A) = 0.8$, $P(B|A) = 0.6$, $P(ABC) = 0.24$, 则 $P(C|AB) =$

- A. 0.4 B. 0.5 C. 0.6 D. 0.7

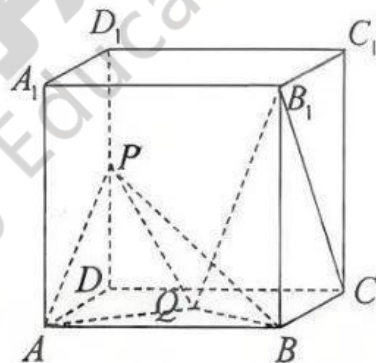
8. 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 4$, 若过点 $P(1, m)$ 有且仅有两条直线被圆 O 所截得的弦长为 $\sqrt{11}$, 则 m 的取值范围是

- A. $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ B. $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$
C. $(-1, 1)$ D. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9. 如图在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 P 为棱 DD_1 上的动点（不含端点），点 Q 为正方形 $ABCD$ 的中心，下列说法正确的是

- A. 直线 AP 与直线 B_1C 异面
B. 平面 APQ 与平面 $A_1B_1C_1D_1$ 的交线平行于平面 $ABCD$
C. 三棱锥 $Q-PAB$ 的体积为定值
D. 当 P 为 DD_1 中点时， $AP \perp QB_1$



10. 在 $\triangle ABC$ 中，三个内角 A, B, C 对边分别为 a, b, c , $a=3$, $\overline{BD} = 2\overline{DC}$,

$$\frac{a}{2c-b} = \frac{\cos A}{\cos B - 2\cos C}, \text{ 则}$$

- A. $2b=c$ B. $2B=C$
C. $\overline{AD} = \frac{1}{3}\overline{AB} + \frac{2}{3}\overline{AC}$ D. AD 的范围为 $(0, 4]$

已知点 $P(x, y)$ 为曲线 $C: x^2 + y^2 = e^x$ 上一动点， $A(1, 0)$ ，下列说法正确的是

- A. 曲线 C 关于 x 轴对称 B. 曲线 C 与 x 轴有且仅有一个交点
C. O 为坐标原点， $|OP| \geq 1$ D. 以 PA 为直径且与 y 轴相切的圆有 4 个

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共计 15 分.

12. $(2x-1)^5$ 的展开式中， x^2 的系数是_____.

13. 正实数 x, y 满足 $x^2 + 4y^2 = 1$ ，则 $\frac{1}{x} + \frac{1}{2y}$ 的最小值是_____.

14. 在 $\triangle ABC$ 中，三个内角 A, B, C 对边分别为 a, b, c ， $a+b = \frac{\sqrt{2}}{2}ab$ ， C 的平分线交 AB 于点 D ， $CD=2$ ，记 $\triangle ABC$ 内切圆半径为 r ，外接圆半径为 R ，则 $\frac{r}{R}$ 的值范围为_____.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分)

已知 $\{a_n\}$ 为等差数列，前 n 项和为 S_n ，且 $a_2 = 5$ ， $S_5 = 40$.

(1) 求 S_n ;

(2) 设 $b_n = \frac{1}{S_n + n}$ ，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n ，若对任意 $n \in \mathbf{N}^*$ ，不等式 $T_n < m$ 成立，求实数 m 的取值范围.

16. (15 分)

某景区为了更好的开发旅游资源，试产了一系列的文创产品进行销售，对今年前 8 个月的销售额统计如下：

月份 x	1	2	3	4	5	6	7	8
销售额 y 万元	3	4	8	9	12	12	15	17

(1) 根据表中数据建立月份 x 与销售额 y 的经验回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$;

(2) 为了更好的规划文创产品，从这 8 个月中随机抽取 2 个月对销售情况进行求抽到的月份数据含有残差（观测值减去预测值称为残差）为负的概率.

参考公式：

$$\begin{cases} \hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}, \\ \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x} \end{cases}$$
 . 参考数据： $\sum_{i=1}^8 x_i y_i = 444$ ， $\sum_{i=1}^8 x_i^2 = 204$.

17. (15分)

已知抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$ 在点 $A(m, \frac{m^2}{2p}) (m > 0)$ 处的切线为 l ，当 $m = 2$ 时，

l 的斜率为 1.

(1) 求抛物线 C 的方程；

(2) 点 A 关于 y 轴对称点为 A' ，抛物线 C 的焦点为 F ，过 F 且平行于 l 的直线与抛物线 C 交于 B, D 两点，直线 $A'B$ 与 $A'D$ 的斜率之和是否为定值，若是，求出该值；若不是，请说明理由.

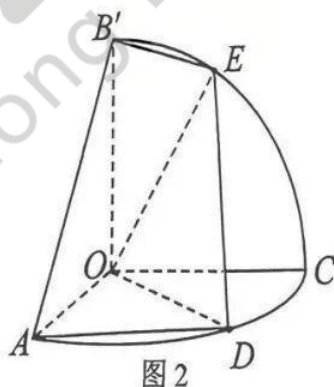
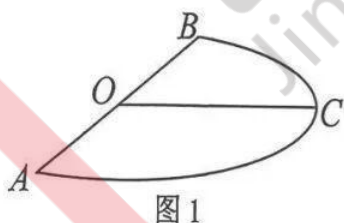
18. (17分)

如图 1，半圆的圆心为 O ，直径 $AB = 2$ ， C 为 $\widehat{AB}$ 中点，将扇形 BOC 沿着 OC 翻折使 B 到 B' ，如图 2 所示， $AB' = \sqrt{2}$ ，点 D, E 分别在 $\widehat{AC}, \widehat{B'C}$ 上且不与端点重合， $\widehat{AD} = \widehat{CE}$.

(1) 求证 $AO \perp B'E$ ；

(2) 当 $\angle AOD = \frac{\pi}{3}$ 时，求多面体 $OAB'ED$ 的体积；

(3) 求平面 OAB' 与平面 ODE 夹角余弦的最大值.



19. (17分)

已知函数 $f(x) = ax - \frac{1}{x} + a + 1$, $g(x) = (a+1)\ln x$, $a > \frac{1}{e}$.

(1) $x \in [-(e+1), 0]$ 时，记函数 $\varphi(x) = xf(x)$ ， $\varphi(x)$ 单调递增区间的长度为 L_1 ，递减区间的长度为 L_2 . 比较 L_1, L_2 的大小 (区间长度是指在实数轴上，区间两个端点距离，与区间的开闭无关)；

(2) 当 $x \in [\frac{1}{e}, e]$ 时，证明： $f(x) > g(x)$ ；

(3) 判断关于 x 的方程 $f(x) = g(x)$ 的根的个数，并说明理由.